1 वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (C) **2.** (B) **3.** (C) **4.** (B)
5. (D) **6.** (D) **7.** (D) **8.** (C)
9. (B) **10.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. $\text{LCM}(a, b) = \frac{a \times b}{\text{HCF}(a,b)}$

$= \frac{99 \times 153}{9}$

$= 11 \times 153$

$= 1683$

2. $\text{LCM}(a, b) = \frac{a \times b}{\text{HCF}(a,b)}$

$= \frac{3072}{16}$

$= 192$

3. 196 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 7 \times 7$

$= 2^2 \times 7^2$

घातों की योगफल $= 2 + 2 = 4$

4. $1 = 1, 2 = 1 \times 2, 3 = 1 \times 3$
$4 = 2^2, 5 = 5 \times 1, 6 = 2 \times 3, 7 = 7 \times 1$
$8 = 2^3, 9 = 3^2, 10 = 2 \times 5$

निम्नतम् संख्या $= 1 \times 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$= 2520$

5. $a = 2^3 \times 3 \times 5$
$b = 2^4 \times 5 \times 7$
$\text{LCM} = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$
$= 1680$

6. $1152 = 2^7 \times 3^2$
$1664 = 2^7 \times 13$

$\text{H.C.F} = 2^7$
$= 128$

सबसे बड़ी संख्या = 128

7. प्रश्न संख्या 6 की भाँति अभाज्य गुणनखण्ड करके H.C.F. ज्ञात करें।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. कमरे की लम्बाई = 8 मी 50 सेमी = 850 सेमी
कमरे की चौड़ाई = 6 मी 25 सेमी = 625 सेमी
कमरे की ऊँचाई = 4 मी 75 सेमी = 475 सेमी

$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17$
$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$
$475 = 5 \times 5 \times 19$

$\text{H.C.F.} = 5 \times 5$
$= 25$

सबसे बड़ी (लम्बी) छड़ की लम्बाई = 25 सेमी

2. $\text{HCF}(a, b) = 27$
$\text{LCM}(a, b) = 162$
$a = 54$
$b = ?$

$\Rightarrow$ दोनों संख्याओं का गुणनफल $= \text{HCF} \times \text{LCM}$
$a \times b = \text{HCF}(a, b) \times \text{LCM}(a, b)$
$54 \times b = 27 \times 162$
$b = \frac{27 \times 162}{54}$
$= 81$

दूसरी संख्या = 81

3. प्रश्न संख्या 2 की तरह करें।

4. NCERT FOLDER Ex-1.2 प्रश्न-1 की सहायता से हल करें।

5. संख्या = 20507
अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 5 \times 11 \times 11 \times 17$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. (i) NCERT FOLDER Ex-1.2 प्रश्न संख्या 3 (iii) देखें।
(ii) NCERT FOLDER Ex-1.2 प्रश्न संख्या 2 देखें।
(iii) NCERT FOLDER Ex-1.2 प्रश्न संख्या 3 (ii) देखें।
(iv) NCERT FOLDER Ex-1.2 प्रश्न संख्या 3 (iii) देखें।
(v) NCERT FOLDER Ex-1.2 प्रश्न संख्या 3 (iii) देखें।

❑❑

2 बहुपद (Polynomials)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (A) **2.** (C) **3.** (C) **4.** (D)
5. (B) **6.** (A) **7.** (B) **8.** (D)
9. (C) **10.** (A)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. नहीं, x मे घात 5 के बहुपद से भाग देने पर भागफल सदैव रैखिक बहुपद आयेगा।

2. भागफल एक रैखिक बहुपद होगा और शेषफल या तो रैखिक बहुपद होगा या शून्य।

3. बहुपद $P(x)$ की घात < बहुपद $g(x)$ की घात।

4. बहुपद $P(x)$ की घात ≥ बहुपद $g(x)$ की घात।

5. नहीं,

6. α और β, बहुपद $x^2 + x + 1$ के मूल है।

तब $$\alpha + \beta = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$= \frac{-1}{1} = (-1)$$

और $$\alpha\beta = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$= \frac{1}{1} = (1)$$

(i) $\Rightarrow \alpha + \beta = (-1)$

(ii) $\Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \Rightarrow \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{-1}{1} = -1$

7. α, β बहुपद $4x^2 + 3x + 7$ के मूल है।

तब $$\alpha + \beta = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$= \frac{-3}{4}$$

और $$\alpha\beta = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$= \frac{7}{4}$$

(ii) $$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\frac{-3}{4}}{\frac{7}{4}}$$

$$= \frac{-3}{4} \times \frac{4}{7} = \frac{-3}{7}$$

8. α, β द्विघात बहुपद $4x^2 - 5x - 1$ के मूल है।

$\therefore$ $$\alpha + \beta = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$= \frac{-(-5)}{4}$$

$$= \frac{5}{4}$$

और $$\alpha\beta = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$= \frac{-1}{4}$$

$\Rightarrow$ $$\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= \frac{-1}{4} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{-5}{16}$$

9. बहुपद $f(x)$ $= x^2 - P(x + 1) - C$
$= x^2 - Px - P - C$
$= x^2 - Px - (P + C)$

α, β बहुपद $f(x)$ के मूल है।

तब $\alpha + \beta = \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$= \frac{-(-P)}{1} = P$

और $\alpha\beta = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$= \frac{-(P+C)}{1}$

$= -(P + C)$

$\Rightarrow (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1$

$= \alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1$

$= -(P + C) + P + 1$

$= -P - C + P + 1$

$= (1 - C)$

10. $f(x) = x^2 + \frac{1}{6}x - 2$

$= \frac{1}{6}[6x^2 + x - 12]$

$= \frac{1}{6}[6x^2 + 9x - 8x - 12]$

$= \frac{1}{6}[3x(2x + 3) - 4(2x + 3)]$

$= \frac{1}{6}[(3x - 4)(2x + 3)]$

मूल ज्ञात करने के लिए

$f(x) = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{6}(3x - 4)(2x + 3) = 0$

$\Rightarrow$ $3x - 4 = 0$ और $2x + 3 = 0$

$3x = 4$ $\quad 2x = -3$

$x = \frac{4}{3}$ $\quad x = \frac{-3}{2}$

बहुपद के मूल $\Rightarrow \frac{4}{3}, \frac{-3}{2}$

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. द्विघात बहुपद $= k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$= k[x^2 - 8x + 12]$

बहुपद के गुणनखण्ड करने पर

$f(x) = k[x^2 - 8x + 12]$

$= k[(x - 6)(x - 2)]$

आगे प्रश्न संख्या 10 (अति लघुउत्तीय प्रश्न) देखें।

2. प्रश्न-1 की तरह करें।

3. दिया है : $\alpha = 5, \beta = -3$

तब $\alpha + \beta = 5 + (-3) = 2$

और $\alpha \times \beta = 5 \times (-3) = -15$

द्विघातीय बहुपद $\Rightarrow k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta]$

$\Rightarrow k[x^2 - (2)x + (-15)]$

$\Rightarrow k[x^2 - 2x - 15]$

प्रश्न संख्या 4 से 10 तक के लिए (प्रश्न संख्या 7 को छोड़कर) उदाहरण-4 देखें।

7. $f(x) = t^3 - 2t^2 - 15t$

$= t[t^2 - 2t - 15]$

$= t[t^2 - 5t + 3t - 15]$

$= t[t(t - 5) + 3(t - 5)]$

$= t[(t + 3)(t - 5)]$

$f(x) = 0$

$\Rightarrow t(t + 3)(t - 5) = 0$

$\therefore$ $t = 0, t = -3, t = 5$

शून्यकों का योगफल $= 0 + (-3) + (5)$

$= 2$

$= \frac{-(-2)}{1} = \frac{-t^2 \text{ का गुणांक}}{t^3 \text{ का गुणांक}}$

एक बार में दो शून्यक के गुणनफलों का योगफल

$= 0 \times (-3) + (-3) \times (5) + 5 \times 0$

$= 0 - 15 + 0$

$= -15 = \frac{-15}{1}$

$= \frac{t \text{ का गुणांक}}{t^3 \text{ का गुणांक}}$

तीनों शून्यकों का गुणनफल $= 0 \times (-3) \times (5)$

$= 0$

$= \frac{0}{1}$

$= \frac{\text{अचर पद}}{t^3 \text{ का गुणांक}}$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. प्रश्न-1 (लघु उत्तरीय प्रश्न) का हल देखें।

2. प्रश्न-7 (अति लघुत्तरीय प्रश्न) का हल दखें।

3. बहुपद $f(x) = x^2 + x - 2$

$= x^2 + (2 - 1)x - 2$

$= x^2 + 2x - x - 2$

$= x(x + 2) - 1(x + 2)$

$= (x + 2)(x - 1)$

$\therefore \quad \alpha = -2, \beta = 1$

और $\quad \alpha + \beta = -2 + 1 = -1$

तथा $\quad \alpha\beta = (-2) \times (1) = -2$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = \frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\sqrt{(-1)^2 - 4\times(-2)}}{(-2)}$$

$$= \frac{3}{-2}$$

4. α, β द्विघात बहुपद $= 6x^2 + x - 2$ के मूल है।

तब $\quad \alpha + \beta = \frac{-1}{6}$

और $\quad \alpha\beta = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

$$\Rightarrow \quad \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\left(-\frac{1}{6}\right)^2 - 2\times\left(\frac{-1}{3}\right)}{\left(\frac{-1}{3}\right)}$$

$$= \frac{\left[\frac{1}{36} + \frac{2}{3}\right]}{\left(-\frac{1}{3}\right)}$$

$$= \left[\frac{1+24}{36}\right] \times \left(\frac{3}{-1}\right)$$

$$= \frac{25}{36} \times \frac{3}{-1} = \frac{-25}{12}$$

5. अति लघुउत्तरीय प्रश्न-9 हल करके आगे निम्न प्रकार करे।

$\Rightarrow \quad (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$ दिया है।

$\Rightarrow \quad \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 0$

$\Rightarrow \quad -(P + C) + P + 1 = 0$

$\Rightarrow \quad -P - C + P + 1 = 0$

$\Rightarrow \quad 1 = C$

अर्थात $\quad C = 1$

❑❑

3 दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म (Linear Equations with Two Variables)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (D) **2.** (D) **3.** (C) **4.** (D)
5. (D) **6.** (C) **7.** (C) **8.** (D)
9. (D) **10.** (C)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. (i) दिए गये समीकरण में,

$a_1 = 2, b_1 = 4, c_1 = -3$
$a_2 = 6, b_2 = 12, c_2 = -6$

तब $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

स्पष्ट है, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

अत: दिये गये समीकरणों से प्रदर्शित रेखाएँ असंगत हैं। अत: समीकरण युग्मों का कोई हल नहीं है।

(ii) व (iii) विद्यार्थी स्वयं हल करें।

2. अभ्यास प्रश्न (Solved) अतिलघु उत्तरीय प्रश्न संख्या-3 देखें।

3. अभ्यास प्रश्न (Solved) अतिलघु उत्तरीय प्रश्न संख्या-4 देखें।

4. दिये गये समीकरण युग्म से,

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\lambda}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6}$ और $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-7}{14}$

चूँकि दिये गये समीकरण युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$ (जो कि गलत कथन है)

अत: कथन असत्य है। अनेक हल होने लिए $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ अनिवार्य है।

5. कथन असत्य है।

अद्वितीय हल होने के लिए

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ होना अनिवार्य है।

6. कथन असत्य है।

$x = 7$ द्वारा निरूपति रेखा, y-अक्ष के समान्तर होगी। x-अक्ष के समान्तर होने के कारण x का गुणांक शून्य होना चाहिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. $\frac{x+y}{xy} = 2, \quad \frac{x-y}{xy} = 6$

या $\frac{x}{xy} + \frac{y}{xy} = 2, \quad \frac{x}{xy} - \frac{y}{xy} = 6$

या $\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 2, \quad \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = 6$

अब माना $\frac{1}{x} = u, \frac{1}{y} = v$

तब $v + u = 2$ ...(i)
$v - u = 6$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$2v = 8$
$v = \frac{8}{2}$
$v = 4$

$v = 4$ समीकरण (i) में रखने पर

$4 + u = 2$
$u = 2 - 4$
$u = -2$

अत: $\frac{1}{x} = u$ और $\frac{1}{y} = v$

$\frac{1}{x} = -2$ और $\frac{1}{y} = 4$

$\Rightarrow \quad x = \frac{-1}{2}$ और $y = \frac{1}{4}$

2. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-संख्या-2 देखें।

3. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-संख्या-2 देखें।

4. प्रश्न संख्या-1 (लघु उत्तरीय) देखें।

5. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न संख्या-1 देखें।

6. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$

$ax-by=a^2-b^2$

या $bx+ay=2ab$ ...(i)

और $ax-by=a^2-b^2$ ...(ii)

समीकरण (i) में b से और समीकरण (ii) में a से गुणा करने पर

$b^2x+aby=2ab^2$ ...(iii)

$a^2x-aby=a^3-ab^2$ ...(iv)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$(b^2+a^2)x=a^3+ab^2$

$(b^2+a^2)x=a(a^2+b^2)$

$x=\frac{a(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)}$

$x=a$

$x=a$ समीकरण (i) में रखने पर

$b\times a+ay=2ab$

$ay=2ab-ab$

$ay=ab$

$y=\frac{ab}{a}$

$y=b$

7. $3x-\frac{y+7}{11}+2=10, \qquad 2y+\frac{x+11}{7}=10.$

या $33x-y-7+22=110$

या $33x-y=110-15$

या $33x-y=95$ ...(i)

$2y+\frac{x+11}{7}=10$

$14y+x+11=70$

$x+14y=70-11$

$x+14y=59$ ...(ii)

समीकरण (i) में 14 से गुणा करने पर

$462x-14y=1330$ ...(iii)

$x+14y=59$ ...(iv)

समीकरण (iii) व (iv) को जोड़ने पर

$463x=1389$

$x=\frac{1389}{463}$

$x=3$

$\Rightarrow x$ का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$x+14y=59$ ...(ii)

$3+14y=59$

$14y=59-3$

$14y=56$

$y=\frac{56}{14}$

$y=4$

$\therefore \quad x=3, y=4$ **उत्तर**

8. माना $\frac{1}{3x+2y}=u$

और $\frac{1}{3x-2y}=v$

तब समीकरण का नया रूप (परिवर्तित रूप)

$2u+3v=\frac{17}{5}$ ...(i)

और $5u+1v=2$ ...(ii)

समीकरण (ii) में 3 से गुणा करने पर

$15u+3v=6$ ...(ii)

समीकरण (i) को समीकरण (ii) से घटाने पर

$15u+3v=6$

$2u+3v=\frac{17}{5}$

$13u=\frac{13}{5}$

$u=\frac{1}{5}$

u का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$5\times\frac{1}{5}+v=2$

$\Rightarrow \quad 1+v=2$

$\Rightarrow \quad v=1$

$\Rightarrow \quad u=\frac{1}{5}$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{3x+2y}=\frac{1}{5}$

$\Rightarrow \quad 3x+2y=5$ ...(iii)

और $v=1$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{3x-2y}=1$

$\Rightarrow \quad 3x-2y=1$ ...(iv)

समीकरण (iii) व (iv) को जोड़ने पर

$3x+2y=5$ ...(iii)

$3x-2y=1$ ...(iv)

$6x=6$

$x=1$

x का मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$3 \times 1 + 2y = 5$$
$$2y = 5 - 3$$
$$2y = 2$$
$$y = \frac{2}{2}$$
$$= 1$$
$$\left.\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 1 \end{aligned}\right\}$$ उत्तर

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. $\frac{x+1}{2} + \frac{y-1}{3} = 8$

$\Rightarrow$ $\frac{x-1}{3} + \frac{y+1}{2} = 9$

$\frac{3x+3+2y-2}{6} = 8$

$\Rightarrow$ $3x + 2y + 1 = 48$

$\Rightarrow$ $3x + 2y = 47$ ...(i)

और $\frac{2x-2+3y+3}{6} = 9$

और $2x + 3y + 1 = 54$

और $2x + 3y = 53$ ...(ii)

समीकरण (i) में 3 से और समीकरण (ii) में 2 से गुणा करके घटाने पर

$$(9x + 6y) - (4x + 6y) = 141 - 106$$
$$5x = 35$$
$$x = \frac{35}{5}$$
$$x = 7$$

x का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$2 \times 7 + 3y = 53$$
$$3y = 53 - 14$$
$$y = \frac{39}{3}$$
$$y = 13$$
$$\left.\begin{aligned} x &= 7 \\ y &= 13 \end{aligned}\right\}$$ उत्तर

2. $\frac{4}{x} + 5y = 7, \quad \frac{3}{x} + 4y = 5$

माना $\frac{1}{x} = z$

तब समीकरणों का नया (परिवर्तित) रूप

$$4x + 5y = 7 \quad ...(i)$$
$$3z + 4y = 5 \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) में 4 से, और समीकरण (ii) में 5 से गुणा करके घटाने पर

$$(16z + 20y) - (15z + 20y) = 28 - 25$$
$$z = 3$$

z का मान समीकरण (i) में रखने पर

$$3 \times 3 + 4y = 5$$
$$4y = 5 - 9$$
$$4y = -4$$
$$y = \frac{-4}{4}$$
$$= -1$$

$\because$ $\frac{1}{x} = z$

$\therefore$ $x = \frac{1}{z}$

$\therefore$ $x = \frac{1}{3}$

और $y = -1$ } उत्तर

3. $\frac{a}{x} - \frac{b}{y} = 0$ ...(i)

और $\frac{ab^2}{x} + \frac{a^2b}{y} = a^2 + b^2$ ...(ii)

माना $\frac{1}{x} = u$ और $\frac{1}{y} = v$

तब समीकरणों का परिवर्तित रूप

$$au - bv = 0 \quad ...(i)$$
$$ab^2u + a^2bv = a^2 + b^2 \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) में a^2 का गुणा करके समीकरण (ii) में जोड़ने पर

$$(a^3u - a^2bv) + (ab^2u + a^2bv) = 0 + a^2 + b^2$$
$$a^3u + ab^2u = a^2 + b^2$$
$$a(a^2 + b^2)u = a^2 + b^2$$
$$u = \frac{(a^2 + b^2)}{a(a^2 + b^2)}$$
$$= \frac{1}{a}$$

$\Rightarrow u = \frac{1}{a}$, समीकरण (i) में रखने पर

$$au - bv = 0$$
$$au = bv$$
$$a \times \frac{1}{a} = bv$$
$$v = \frac{1}{b}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{x} = u \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{a} \Rightarrow x = a \\ \frac{1}{y} = v \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{b} \Rightarrow y = b \end{aligned}\right\}$$ **उत्तर**

4. लघु उत्तरीय प्रश्न संख्या-2 देखें।

5. $99x + 101y = 499$ ...(i)

$101x + 99y = 501$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$(99x + 101y) + (101x + 99y) = 499 + 501$$
$$200x + 200y = 1000$$
$$200(x + y) = 1000$$
$$x + y = 1000 \div 200$$
$$x + y = 5 \quad \text{...(iii)}$$

पुनः समीकरण (i) में से समीकरण (ii) को घटाने पर

$$(99x + 101y) - (101x + 99y) = 499 - 501$$
$$-2x + 2y = -2$$
$$-2(x - y) = -2$$
$$x - y = 1 \quad \text{...(iv)}$$

समीकरण (iii) व (iv) को जोड़ने पर

$$x + y = 5 \quad \text{...(iii)}$$
$$x - y = 1 \quad \text{...(iv)}$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$

x का मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$x + y = 5 \quad \text{...(iii)}$$
$$3 + y = 5$$
$$y = 5 - 3$$
$$= 2$$
$$x = 3, y = 2$$ **उत्तर**

❑❑

4 द्विघात समीकरण (Quadratic Equations)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (D) **2.** (C) **3.** (C) **4.** (A)
5. (D) **6.** (C) **7.** (C) **8.** (B)
9. (A) **10.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. (i) $x^2 - 3x + 4 = 0$

यहाँ $a = 1, b = -3, c = 4$

विविक्तकर (D) $= b^2 - 4ac$
$= (-3)^2 - 4 \times 1 \times 4$
$= 9 - 16$
$= -7 < 0$
$D < 0$

$\therefore$ द्विघात समीकरण $x^2 - 3x + 4 = 0$ के मूल वास्तविक नहीं हैं।

(ii) $2x^2 + x - 1 = 0$

यहाँ $a = 2, b = 1, c = -1$

$D = b^2 - 4ac$
$= (1)^2 - 4 \times 2 \times (-1)$
$= 1 + 8$
$= 9 > 0$
$D > 0$

$\therefore$ द्विघात समीकरण $2x^2 + x - 1 = 0$ के दो भिन्न वास्तविक मूल हैं।

इसी प्रकार भाग (iii), (iv), (v), (vi), (vii), (viii), (ix) और (x) की गणना करें।

2. (i) कथन असत्य है। द्विघात समीकरण के दो मूल होते हैं।

(ii) कथन असत्य है। द्विघात समीकरण के दोनों मूल वास्तविक होंगे, या दोनों मूल अवास्तविक होंगे।

(iii) कथन असत्य है। द्विघात समीकरण के केवल दो ही मूल होते हैं। कम या अधिक नहीं।

(iv) कथन असत्य है। द्विघात समीकरण के केवल दो ही मूल होते हैं, कम या अधिक नहीं।

(v) कथन सत्य है। x^2 और अचर पद का चिन्ह विपरीत होने पर $a \times c$ का मान ऋणात्मक हो जायेगा और विविक्तकर (D) का मान धनात्मक हो जायेगा।

(vi) कथन असत्य है। कारण भाग (v) का देखें।

3. ऐसा सदैव आवश्यक नहीं है।

उदाहरण— $3x^2 - 10x + 3 = 0$
$3x^2 - 9x - x + 3 = 0$
$3x(x - 3) - 1(x - 3) = 0$
$(x - 3)(3x - 1) = 0$
$x - 3 = 0$
$3x - 1 = 0$
$x = 3$
$x = \frac{1}{3}$

उदाहरण में लिया गया समीकरण पूर्णांकीय गुणांक वाला है। लेकिन मूल पूर्णांकीय नहीं है।

4. हाँ, अस्तित्व है।

उदाहरण— $2x^2 - 6x + 3 = 0$

यहाँ $a = 2, b = -6, c = 3$

विविक्तकर (D) $= b^2 - 4ac$
$= (-6)^2 - 4 \times 2 \times 3$
$= 36 - 24$
$= 12$ (पूर्ण की नहीं)

विविक्तकर (D) धनात्मक है परन्तु पूर्ण वर्ग नहीं है। इसीलिए इस द्विघात समीकरण के मूल अपरिमेय होंगे।

5. अस्तित्व है।

ऐसा द्विघात समीकरण जिसके मूल परिमेय हैं। उसमें किसी अपरिमेय संख्या का गुणा करने पर उसके गुणांक तो अपरिमेय हो जायेगें लेकिन मूल परिमेय ही रहेंगे।

उदाहरण— $2\sqrt{2}x^2 + 5\sqrt{2}x + 3\sqrt{2} = 0$

इसके तीनों गुणांक $a = 2\sqrt{2}$, $b = 5\sqrt{2}$, $c = 3\sqrt{2}$ भिन्न-भिन्न अपरिमेय संख्याएँ हैं।

समीकरण को हल करने पर इसके मूल -1 और $\frac{-3}{2}$ आयेंगें जोकि परिमेय हैं।

6. $6 \rightarrow$ नहीं, क्योंकि $(.2)^2 - 0.4 = 0.04 - 0.4 \neq 0$

7. $7 \rightarrow$ नहीं, इस द्विघात समीकरण के दोनों मूल 0 (शून्य) होंगे और शून्य निरपेक्ष होता है, उसके साथ कोई भी चिन्ह नहीं आता।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

$4x^4 - (4+1)x^2 + 1 = 0$

$4x^4 - 4x^2 - x^2 + 1 = 0$

$4x^2(x^2-1) - 1(x^2-1) = 0$

$(x^2-1)(4x^2-1) = 0$

$x^2 - 1 = 0$ अथवा $4x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$ अथवा $4x^2 = 1$

$x = \pm 1$ अथवा $x^2 = \frac{1}{4}$

$x = \pm\frac{1}{2}$

अत: दिये गये समीकरण के मूल $\left(\pm 1, \pm\frac{1}{2}\right)$

2. $\left(\frac{2x+1}{x}\right)^2 + 4 + 4\left(\frac{2x+1}{x}\right) = 0$

माना $\frac{2x+1}{x} = z$

तब समीकरण का परिवर्तित रूप

$\Rightarrow z^2 + 4 + 4z = 0$

$\Rightarrow z^2 + 4z + 4 = 0$

$\Rightarrow (z+2)^2 = 0$

$\Rightarrow z + 2 = 0$

$\Rightarrow z = -2$ (मूल समान होंगे)

अब $\frac{2x+1}{x} = z$

$\Rightarrow \frac{2x+1}{x} = -2$

$\Rightarrow 2x + 1 = -2x$

$\Rightarrow 2x + 2x = -1$

$4x = -1$

$x = \frac{-1}{4}$

अत: दिये गये समीकरण के मूल $= -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$

3. $x^{-2} - 12 = -x^{-1}$

माना $x^{-1} = z \Rightarrow x^{-2} = z^2$

तब समीकरण का नया रूप

$z^2 - 12 = -z$

$\Rightarrow z^2 + z - 12 = 0$

$\Rightarrow z^2 + 4z - 3z - 12 = 0$

$\Rightarrow z(z+4) - 3(z+4) = 0$

$\Rightarrow (z+4)(z-3) = 0$

$\Rightarrow z + 4 = 0$ अथवा $z - 3 = 0$

$\Rightarrow z = -4$ अथवा $z = 3$

अब $x^{-1} = z$ अथवा $x^{-1} = 3$

$\frac{1}{x} = -4$ अथवा $\frac{1}{x} = 3$

$x = \frac{-1}{4}$ अथवा $x = \frac{1}{3}$

अत: समीकरण के मूल $= \frac{-1}{4}, \frac{1}{3}$

4. $(x^2 - 5x)^2 - 30(x^2 - 5x) - 216 = 0$

माना $x^2 - 5x = z$

तब समीकरण का नया रूप

$\Rightarrow z^2 - 30z - 216 = 0$

$\Rightarrow z^2 - 36z + 6z - 216 = 0$

$\Rightarrow z(z-36) + 6(z-36) = 0$

$\Rightarrow (z-36)(z+6) = 0$

$\Rightarrow z - 36 = 0$ अथवा $z + 6 = 0$

$\Rightarrow z = 36$ अथवा $z = -6$

अब $x^2 - 5x = z$ अथवा $x^2 - 5x = z$

$x^2 - 5x = 36$ अथवा $x^2 - 5x = -6$

$x^2 - 5x - 36 = 0$ अथवा $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x^2 - 9x + 4x - 36 = 0$ अथवा $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

$x(x-9) + 4(x-9) = 0$ अथवा $x(x-3) - 2(x-3) = 0$

$(x-9)(x+4) = 0$ अथवा $(x-3)(x-2) = 0$

$x - 9 = 0$ अथवा $x + 4 = 0$ अथवा $x - 3 = 0$ अथवा $x - 2 = 0$

$x = 9$ अथवा $x = -4$ अथवा $x = 3$ अथवा $x = 2$

अत: समीकरण के मूल $\Rightarrow 9, -4, 3, 2.$

5. $12x^4 - 56x^3 + 89x^2 - 56x + 12 = 0$

दोनों पक्षों में x^2 का भाग देने पर

$$\frac{12x^4}{x^2} + \frac{12}{x^2} - \frac{56x^3}{x^2} - \frac{56x}{x^2} + \frac{89x^2}{x^2} = \frac{0}{x^2}$$

$$12\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 56\left(x + \frac{1}{x}\right) + 89 = 0$$

अब आगे हल सहित अभ्यास प्रश्न दीर्घ उत्तरीय प्रश्न संख्या-3 की सहायता से हल करें।

6. हल सहित अभ्यास प्रश्न लघुउत्तरीय प्रश्न-6 देखें।

7. हल सहित अभ्यास प्रश्न लघुउत्तरीय प्रश्न-6 देखें।

8. हल सहित अभ्यास प्रश्न लघुउत्तरीय प्रश्न-6 देखें।

9. उदाहरण-9 देखें।

10. $3^x + 3^{-x} - 2 = 0$

माना $3^x = y$

$\Rightarrow 3^{-x} = y^{-1}$

तब समीकरण का परिवर्तित रूप

$\Rightarrow y + y^{-1} - 2 = 0$

$\Rightarrow y + \frac{1}{y} - 2 = 0$

$\Rightarrow \quad y^2 + 1 - 2y = 0$

$\Rightarrow \quad y^2 - 2y + 1 = 0$

$\Rightarrow \quad (y-1)^2 = 0$

$\Rightarrow \quad y - 1 = 0$

$\Rightarrow \quad y = 1$

अब $3^x = y$

$3^x = 1$

$3^x = 3^0$

$x = 0$

अत: समीकरण के मूल = 0, 0

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. द्विघात समीकरण $x^2 - 4x + k = 0$

यहाँ $a = 1, b = -4, c = k$

मूल वास्तविक व भिन्न हैं, तब

$D \geq 0$

$\Rightarrow \quad b^2 - 4ac \geq 0$

$\Rightarrow \quad (-4)^2 - 4 \times 1 \times k \geq 0$

$\Rightarrow \quad 16 - 4k \geq 0$

$16 \geq 4k$

$4k \leq 16$

$k \leq \frac{16}{4}$

$k \leq 4$

2. द्विघात समीकरण

$(p-q)x^2 + 5(p+q)x - 2(p-q) = 0$

यहाँ $a = p - q, b = 5(p+q), c = -2(p-q)$

$D = b^2 - 4ac$

$= [5(p+q)]^2 - 4[p-q][-2(p-q)]$

$= 25(p+q)^2 + 8(p-q)^2$

अब $(p+q)^2 > 0, \quad (p-q)^2 > 0$

वर्ग संख्याएँ सदैव धनात्मक होती हैं।

तब $25(p+q)^2 > 0, \quad 8(p-q) > 0$

और $25(p+q)^2 + 8(p-q)^2 > 0$

अत: $D > 0$

अत: सिद्ध होता है कि दिये गये समीकरण के मूल वास्तविक और असमान हैं।

3. द्विघात समीकरण $x^2 + 5kx + 16 = 0$

यहाँ $a = 1, b = 5k, c = 16$ मूल वास्तविक नहीं हैं

तब $D > 0$

$b^2 - 4ac < 0$

$(5k)^2 - 4 \times 1 \times 16 < 0$

$25k^2 < 48$

$k^2 < \frac{48}{25}$

$k < \sqrt{\frac{48}{25}}, \quad k > -\sqrt{\frac{48}{25}}$

$k < \frac{4\sqrt{3}}{5}, \quad k > \frac{-4\sqrt{3}}{5}$

k का मान $\frac{-4}{5}\sqrt{3}$ से अधिक लेकिन $\frac{4}{5}\sqrt{3}$ से कम होना चाहिए।

4. द्विघात समीकरण :

$(4-k)x^2 + (2k+4)x + (8k+1) = 0$

यहाँ $a = 4 - k, b = 2k + 4, c = 8k + 1$

यदि द्विघात समीकरण पूर्ण वर्ग होगा तब द्विघात समीकरण के दो बराबर मूल होंगे।

अत: $D = 0$

$\Rightarrow \quad b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow \quad (2k+4)^2 - 4 \times (4-k)(8k+1) = 0$

$\Rightarrow \quad [4k^2 + 16 + 16k] - 4[32k + 4 - 8k^2 - k] = 0$

$\Rightarrow \quad 4[k^2 + 4 + 4k - 31k + 8k^2 - 4] = 0$

$\Rightarrow \quad 9k^2 - 27k = 0$

$\Rightarrow \quad 9k(k-3) = 0$

$\Rightarrow \quad 9k = 0$ अथवा $k - 3 = 0$

$\Rightarrow \quad k = 0$ अथवा $k = 3$

5. द्विघात समीकरण

$\frac{3}{4}x^2 - 8x + 3 = 0$

यहाँ $a = \frac{3}{4}, b = -8, c = 3$

$D = b^2 - 4ac$

$= (-8)^2 - 4 \times \frac{3}{4} \times 3$

$= 64 - 9$

$= 55 > 0$

$\Rightarrow \quad D > 0$ (धनात्मक)

अत: मूल वास्तविक है।

अब श्री धराचार्य सूत्र से,

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-8) \pm \sqrt{55}}{2 \times \frac{3}{4}} = \frac{8 \pm \sqrt{55}}{\frac{3}{2}}$

$= \frac{2}{3}(8 \pm \sqrt{55})$

$x = \frac{2}{3}(8 + \sqrt{55})$

और $x = \frac{2}{3}(8 - \sqrt{55})$

द्विघात समीकरण के मूल = $\frac{2}{3}(8 + \sqrt{55}), \frac{2}{3}(8 - \sqrt{55})$

❑❑

5 समांतर श्रेढ़ियाँ (Arithmetic Progression)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (D) **2.** (D) **3.** (C) **4.** (D)
5. (A) **6.** (C) **7.** (B) **8.** (B)
9. (C) **10.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. $\frac{4}{5}, x, 2$ ..... स. श्रे. में हैं।

तब $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$

$\Rightarrow x - \frac{4}{5} = 2 - x$

$\Rightarrow x + x = 2 + \frac{4}{5}$

$\Rightarrow 2x = \frac{14}{5}$

$\Rightarrow x = \frac{7}{5}$ **उत्तर**

2. $k+9, 2k-1, 2k+7$ .... स. श्रे. में हैं।

तब $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$

$\Rightarrow (2k-1) - (k+9) = (2k+7) - (2k-1)$

$\Rightarrow 2k - 1 - k - 9 = 2k + 7 - 2k + 1$

$\Rightarrow k = 8 + 10$

$\Rightarrow k = 18$ **उत्तर**

3. दी गयी समान्तर श्रेणी में

प्रथम पद $(a) = 14$

सार्वान्तर $(d) = 9 - 14 = 4 - 9 = -5$

nवाँ पद $= a + (n-1)d$

12वाँ पद $= 14 + (12-1) \times (-5)$

$= 14 + (-55)$

$= -41$

समान्तर श्रेणी का 12वाँ पद $= -41$ **उत्तर**

4. दी गयी समान्तर श्रेणी में,

$a = 5, d = 6$

$\therefore$ nवाँ पद $= a + (n-1)d$

$= 5 + (n-1) \times 6$

$= 5 + 6n - 6$

nवाँ पद $= (6n - 1)$ **उत्तर**

5. माना nवाँ पद शून्य है।

यहाँ $a = 72, d = -9$

तब $a_n = 0$

या $a + (n-1)d = 0$

या $72 + (n-1) \times (-9) = 0$

या $72 - 9n + 9 = 0$

या $-9n = -81$

या $n = \frac{-81}{-9}$

या $n = 9$

अत: श्रेणी का 9वाँ पद शून्य होगा। **उत्तर**

6. माना nवाँ पद पहला ऋणात्मक पद होगा।

यहाँ $a = 24$ और $d = -3$

तब $a_n < 0$

या $a + (n-1)d < 0$

या $24 + (n-1)(-3) < 0$

या $24 - 3n + 3 < 0$

या $-3n < -27$

या $n > \frac{-27}{-3}$

$n > 9$

अर्थात 10वाँ पद शून्य होगा। **उत्तर**

7. प्रश्नानुसार प्राप्त समान्तर श्रेणी निम्न होगी 1, 2, 3, ..., 100

यहाँ $a = 1, d = 1, n = 100, l = 100$

श्रेणी का योगफल $= \frac{n}{2}[a + l]$

$= \frac{100}{2}[1 + 100]$

$$= \frac{100 \times 101}{2}$$

$$= 50 \times 101$$

$$= 5050$$

अत: 1 से 100 तक सभी प्राकृतिक संख्याओं का योगफल = 5050

उत्तर

8. प्रश्नानुसार प्राप्त समान्तर श्रेणी निम्न होगी 2, 4, 6, 8, ..., 98

यहाँ $a = 2, d = 2, n = 49, l = 98$

$$\text{श्रेणी का योगफल} = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$= \frac{49}{2}[2 + 98]$$

$$= \frac{49}{2} \times 100$$

$$= 2450$$

अत: 100 से छोटी सभी सम प्राकृतिक संख्याओं का योगफल = 2450

उत्तर

9. प्रश्नानुसार प्राप्त समान्तर श्रेणी 110, 121, 132, ..., 990

यहाँ $a = 110, d = 11, l = 990$

$$l = a + (n-1)d \qquad \text{(सूत्र)}$$

$$990 = 110 + (n-1) \times 11$$

$$990 = 110 + 11n - 11$$

$$990 - 99 = 11n$$

$$11n = 891$$

$$n = \frac{891}{11}$$

$$= 81$$

$$\text{श्रेणी का योगफल} = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$= \frac{81}{2}[110 + 990]$$

$$= \frac{81 \times 1100}{2}$$

$$= 81 \times 550$$

$$= 44550$$

अत: 3 अकों की सभी संख्याओं का योग जो 11 से विभाज्य है = 44550

उत्तर

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. दी गयी श्रेणी – 11, – 8, – 5, ..., 49

या 49, ... – 5, – 8, – 11

यहाँ $a = 49, d = -3, n = 4$

$$n\text{वाँ पद} = a + (n-1)d$$

$$4\text{वाँ पद} = 49 + (4-1) \times (-3)$$

$$= 49 + (-9)$$

$$= 40$$

अर्थात श्रेणी – 11, – 8, – 5, ..., 49 का अन्त से चौथा पद = 40

2. प्रश्न संख्या-1 (लघुउत्तरीय प्रश्न) देखें।

3. (i) $a_n = (2n - 1)$

$n = 7$ रखने पर

$$a_7 = 2 \times 7 - 1$$

सातवाँ पद = 13

(ii) यहाँ $a = 4, d = 3, a_n = 148$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$148 = 4 + (n-1) \times 3$$

$$144 = 3n - 3$$

$$147 = 3n$$

$$n = \frac{147}{3} = 49$$

पदों की संख्या = 49

(iii) माना nवाँ पद 88 है।

यहाँ $a = -7, d = 5, a_n = 88$

तब $a_n = a + (n-1)d$ (सूत्र)

$$88 = -7 + (n-1) \times 5$$

$$88 = -7 + 5n - 5$$

$$88 + 12 = 5n$$

$$100 = 5n$$

$$n = \frac{100}{5}$$

$$n = 20$$

अर्थात 20वाँ पद 88 होगा।

(iv) भाग (iii) प्रश्न-3 देखें।

(v) भाग (iii) प्रश्न-3 देखें।

4. P पदों का योगफल

$$S_P = aP_2 + b_P$$

P = 1 रखने पर

$$S_1 = a \times 1^2 + b \times 1$$

$$= a + b \Rightarrow a_1$$

P = 2 रखने पर

$$S_2 = a \times 2^2 + b \times 2$$

$$= 4a + 2b$$

$$a_2 = S_2 - S_1$$

$$= (4a + 2b) - (a + b)$$

$$= 3a + b$$

सार्वअन्तर, $d = a_2 - a_1$

$$= (3a + b) - (a + b)$$

$$= 2a$$

उत्तर

5. NCERT FOLDER Ex-5.2 Q.No.-7 देखें।

6. $a = p, d = q, n = 10$

$$n\text{वाँ पद} = a + (n-1)d$$

$$10\text{वाँ पद} = p + (10-1)q$$

$$= (p + 9q)$$

7. NCERT FOLDER Ex-5.2 Q.No-11 देखें।

8. प्रश्नानुसार,

$$a_9 = 6 \times a_2$$

और $a_5 = 22$

माना प्रथम पद $= a$, सार्व-अन्तर $= d$ है।

तब

$a + (9-1)d = 6[a + (2-1)d]$ और $a + (5-1)d = 22$

$a + 8d = 6[a + d]$ और $a + 4d = 22$

$8d - 6d = 6a - a$ और $a + 4d = 22$

$2d = 5a$ और $a + 4d = 22$

$d = \frac{5}{2}a$ $\Rightarrow a + \frac{5}{2}a \times 4 = 22$

$\Rightarrow a + 10a = 22$

$\Rightarrow 11a = 22$

$\Rightarrow a = \frac{22}{11} = 2$

और $d = \frac{5}{2} \times 2 = 5$

$\therefore$ समान्तर श्रेणी 2, 7, 12, 17, ...

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. प्रश्नानुसार, $a_9 = -6$, $d = \frac{5}{4}$

nवाँ पद $= a + (n-1)d$ (सूत्र)

9वाँ पद $= a + (9-1) \times \frac{5}{4}$

$-6 = a + 8 \times \frac{5}{4}$

$-6 = a + 10$

$a = -6 - 10 = -16$

25वाँ पद $= a + (25-1)d$

$= -16 + 24 \times \frac{5}{4}$

$= -16 + 30$

$= 14$

2. NCERT FOLDER Ex-5.3, Q.No-13 की तरह हल करें।

3. nवाँ पद $a_n = n^2 - n + 1$

$n = 1, 2, 3, 4, 5$ रखने पर

$a_1 = 1^2 - 1 + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$

$a_2 = 2^2 - 2 + 1 = 4 - 2 + 1 = 3$

$a_3 = 3^2 - 3 + 1 = 9 - 3 + 1 = 7$

$a_4 = 4^2 - 4 + 1 = 16 - 4 + 1 = 13$

$a_5 = 5^2 - 5 + 1 = 25 - 5 + 1 = 21$

4. (i) NCERT FOLDER Ex-5.2 Q.No.-4 की तरह हल करें।

(ii) माना nपदों का योगफल = 116 है।

$a = 25$, $d = -3$, $S_n = 116$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$116 = \frac{n}{2}[2 \times 25 + (n-1) \times (-3)]$

$116 = \frac{n}{2}[2 \times 25 - 3n + 3]$

$232 = n[53 - 3n]$

$232 = 53n - 3n^2$

$3n^2 - 53n + 232 = 0$

$n = \frac{-(-53) \pm \sqrt{(-53)^2 - 4 \times 3 \times 232}}{2 \times 3}$

$= \frac{53 \pm \sqrt{2809 - 2784}}{6}$

$= \frac{53 \pm 5}{6}$

$n = \frac{53+5}{6}$ या $\frac{53-5}{6}$

$= \frac{58}{6}$ या $\frac{48}{6}$

$= 9\frac{2}{3}$ (अमान्य) 8

अत: पदों की संख्या = 8

अन्तिम पद अर्थात 8वाँ पद $= a + (8-1)d$

$= 25 + 7 \times (-3)$

$= 25 + (-21)$

$= 4$

श्रेणी का अन्तिम पद = 4

और पदों की संख्या = 8

(iii) $a = 4$, $l = 49$, $S_n = 265$

$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$ (सूत्र)

$265 = \frac{n}{2}[4 + 49]$

$265 \times 2 = n \times 53$

$\therefore n = \frac{265 \times 2}{53}$

$n = 10$

पदों की संख्या = 10

5. हल सहित अभ्यास प्रश्न लघु उत्तरीय प्रश्न-8 की तरह हल करें।

❑❑

6 त्रिभुज (Triangles)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B) **2.** (A) **3.** (C) **4.** (B)
5. (C) **6.** (D) **7.** (C) **8.** (B)
9. (D) **10.** (A)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. ΔABC में, $DE \parallel AB$

तब $\frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB}$ (थेल्स प्रमेय से)

$\frac{3}{DA} = \frac{4}{6}$

$\Rightarrow$ $DA = 4.5$ cm

2. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

3. तब त्रिभुज समद्विबाहु Δ होगा।

4. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

तब $\frac{AB+BC+AC}{DE+EF+DF} = \frac{BC}{EF}$

$\frac{30}{18} = \frac{9}{EF}$

$\Rightarrow$ $EF = \frac{18\times 9}{30}$

$\therefore$ $EF = \frac{27}{5} = 5.4$ cm

5. समान कोण का युग्म

$\angle ABC = \angle EDF$

6. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

तब $\frac{AB+BC+AC}{DE+EF+DE} = \frac{AB}{DE}$

$\Rightarrow$ $\frac{\Delta ABC \text{ का परिमाप}}{25} = \frac{9.1}{6.5}$

$\Rightarrow$ ΔABC का परिमाप $= \frac{9.1\times 25}{6.5} = 35$ cm

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. ΔABC में, $DE \parallel BC$

$\therefore$ $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ (थेल्स प्रमेय से)

$\frac{2.5}{3} = \frac{3.75}{EC}$

$\Rightarrow$ $EC = \frac{3.75\times 3}{2.5} = 4.5$ cm

$\Rightarrow$ $AC = AE + EC$
$= 3.75 + 4.5 = 8.25$ cm

2. ΔABC में, $DE \parallel BC$

$\therefore$ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ {थेल्स प्रमेय से (उपप्रमेय)}

$\Rightarrow$ $\frac{1.7}{6.8} = \frac{AE}{9}$

$\Rightarrow$ $AE = \frac{9\times 1.7}{6.8} = 2.25$ cm

3. $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$\therefore$ $\frac{AB+BC+AC}{PQ+QR+PR} = \frac{AB}{PQ}$

$\Rightarrow$ $\frac{32}{24} = \frac{AB}{12}$

$\Rightarrow$ $AB = 16$ cm

4. (i) ΔABC में, AD, $\angle A$ का अर्द्धक है।

तब $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$

$\Rightarrow$ $\frac{5.6}{6} = \frac{BD}{3}$

$\Rightarrow$ $BD = 2.8$ cm

$\Rightarrow$ $BC = BD + DC$
$= 2.8 + 3$
$= 5.8$ cm

(ii) ΔABC में, AD, ∠A का अर्द्धक है।

$$\therefore \quad \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5.6}{AC} = \frac{3.2}{6-3.2}$$

$$AC = \frac{5.6 \times 2.8}{3.2} = 4.9 \text{ सेमी}$$

5. $\Delta ACB \sim \Delta APQ$

$$\Rightarrow \quad \frac{AC}{AP} = \frac{BC}{PQ} = \frac{AB}{AQ}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{AC}{2.8} = \frac{8}{4} = \frac{6.5}{AQ}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{AC}{2.8} = \frac{2}{1} = \frac{6.5}{AQ}$$

$$\Rightarrow \quad AC = \frac{2 \times 2.8}{1}$$

और $$AQ = \frac{6.5 \times 1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad AC = 5.6 \text{ सेमी}$$

और $$AQ = 3.25 \text{ सेमी}$$

6. ΔAOB और ΔCOD में

$$\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} \qquad \text{(दिया है)}$$

$$\angle AOB = \angle COD \qquad \text{(शीर्षाभिमुख कोण है)}$$

$$\therefore \quad \Delta AOB \sim \Delta COD \qquad \text{(S.A.S. समरूपता से)}$$

$$\therefore \quad \frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} = \frac{AB}{CD}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{AB}{1.5}$$

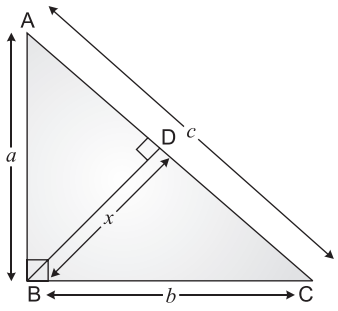
$$\Rightarrow \quad AB = \frac{1.5 \times 1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad AB = 0.5 \text{ सेमी}$$

7. NCERT FOLDER Ex-6.3 Q.No. 15 देखें।

8. $$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{AB \times BC}{2}$$

$$= \frac{a \times b}{2} \qquad \text{...(i)}$$



$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{AC \times BD}{2}$$

$$= \frac{c \times x}{2} \qquad \text{...(ii)}$$

समीकरण (i) व (ii) से प्राप्त क्षेत्रफल समान होगें

$$\therefore \quad \frac{a \times b}{2} = \frac{c \times x}{2}$$

$$\Rightarrow \quad ab = cx$$

9. ΔABC और ΔEDC में,

$$\angle CAB = \angle CED \qquad \text{(दिया है)}$$

$$\angle ACB = \angle ECD \qquad \text{(उभयनिष्ठ है)}$$

$$\therefore \quad \Delta ABC \sim \Delta EDC \qquad \text{(A.A. समरूपता से)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{EC}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{9}{x} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{9 \times 2}{3}$$

$$\Rightarrow \quad x = 6 \text{ सेमी.}$$

10. ΔABC और ΔDBA में

$$\angle BAC = \angle BDA \qquad \text{(प्रत्येक } 90^\circ\text{)}$$

$$\angle ABC = \angle DBA \qquad \text{(उभयनिष्ठ है)}$$

$$\therefore \quad \Delta ABC \sim \Delta DBA \qquad \text{(A.A. समरूपता से)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{BA} = \frac{AC}{DA}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1 \text{ m}}{1.25 \text{ m}} = \frac{BC}{1 \text{ m}} = \frac{75 \text{ cm}}{DA}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{100}{125} = \frac{75}{DA}$$

$$\Rightarrow \quad DA = \frac{125 \times 75}{100}$$

$$= 93.75 \text{ cm}$$

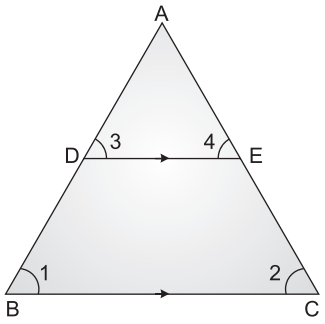
दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. NCERT FOLDER EX-6.2 प्रश्न-2 की तरह हल करें।

2. ΔABC में, DE || BC

$$\therefore \quad \angle 1 = \angle 3 \qquad \text{(संगत कोण है)}$$

$$\angle 2 = \angle 4 \qquad \text{(संगत कोण है)}$$



ΔADE और ΔABC में

$\angle 3 = \angle 1$ (संगत कोण है)

$\angle 4 = \angle 2$ (संगत कोण है)

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ है)

$\therefore \quad \Delta ADE \sim \Delta ABC$ (A.A.A. समरूपता से)

$\therefore \quad \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$

$\Rightarrow \quad \frac{2.4}{BD+2.4} = \frac{2}{5} = \frac{3.2}{CE+3.2}$

$\Rightarrow \quad \frac{2.4}{BD+2.4} = \frac{2}{5}$ और $\frac{3.2}{CE+3.2} = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow \quad 2BD + 4.8 = 12.0$ और $2CE + 6.4 = 16.0$

$\Rightarrow \quad 2BD = 12 - 4.8$ और $2CE = 16 - 6.4$

$\Rightarrow \quad 2BD = 7.2$ और $2CE = 9.6$

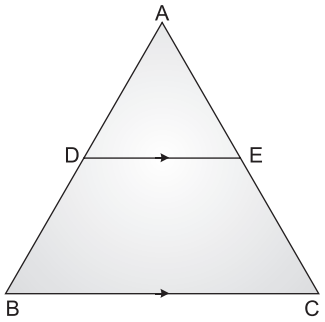
$\Rightarrow \quad BD = \frac{7.2}{2}$ और $CE = \frac{9.6}{2}$

$\Rightarrow \quad BD = 3.6$ सेमी और $CE = 4.8$ सेमी

3. उपपत्तिः

ΔABC में, $DE \parallel BC$

$\therefore \quad \frac{AD}{BD} = \frac{AD}{AC}$ (थेल्स प्रमेय से)



$\Rightarrow \quad \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{EC}$

$\Rightarrow \quad \frac{AD}{AE} = \frac{EC}{EC}$ {BD = EC दिया है}

$\Rightarrow \quad \frac{AD}{AC} = 1$

$\Rightarrow \quad AD = AE$ ...(i)

लेकिन $BD = EC$ ...(ii) (दिया है)

$\therefore \quad AD + BD = AE + EC$

$\Rightarrow \quad AB = AC$

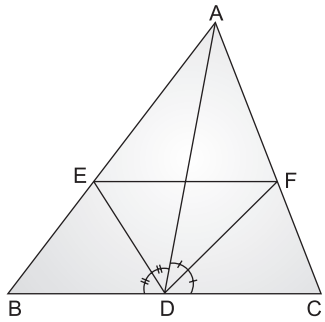
अतः ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है। (इस प्रकार सिद्ध हुआ)

4. NCERT FOLDER Ex-6.2 प्रश्न संख्या-6 की सहायता से हल करें।

5. उपपत्तिः

ΔADB में, DE, $\angle ADB$ का समद्विभाजक है।

$\therefore \quad \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BE}$ ...(i)



ΔADC में, DE, $\angle ADC$ का समद्विभाजक है।

$\therefore \quad \frac{AD}{DC} = \frac{AF}{CF}$

$\Rightarrow \quad \frac{AD}{BD} = \frac{AF}{CF}$ {BD = DC}...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$

$\therefore \quad EF \parallel BC$ (थेल्स प्रमेय के विलोम से)

❑❑

7 निर्देशांक ज्यामिति (Coordinate Geometry)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B) **2.** (B) **3.** (C) **4.** (B)
5. (C) **6.** (B) **7.** (B) **8.** (D)
9. (A) **10.** (A) **11.** (D) **12.** (B)
13. (A) **14.** (A) **15.** (D) **16.** (D)
17. (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. (i) (– 1, – 4) = तृतीय चतुर्थांश
(ii) (4, 1) = प्रथम चतुर्थांश
(iii) (3, – 2) = चतुर्थ चतुर्थांश
(iv) (– 3, 1) = द्वितीय चतुर्थांश
(v) (7, 2) = प्रथम चतुर्थांश
(vi) (– 3, – 2) = तृतीय चतुर्थांश
(vii) (– 6, 4) = द्वितीय चतुर्थांश
(viii) (2, – 3) = चतुर्थ चतुर्थांश

2. बिन्दु B, E और G x-अक्ष पर स्थित है।

3. उदाहरण-2 देखें।

4. (i) बिन्दु (– 4, 5) का भुज = – 4
(ii) बिन्दु (– 6, 6) की कोटि = 6
(iii) मूल बिन्दु के निर्देशांक = (0, 0)
(iv) भुज O वाला बिन्दु y-अक्ष पर स्थित होगा।
(v) कोटि O वाला बिन्दु x-अक्ष पर स्थित होगा।

5. बिन्दु G के निर्देशांक = (3, 2)
बिन्दु H के निर्देशांक = (– 3, 1)
बिन्दु I के निर्देशांक = (3, – 2)
बिन्दु N के निर्देशांक = (– 1, – 1)
बिन्दु P के निर्देशांक = (4, – 6)
बिन्दु Q के निर्देशांक = (– 1, 3)
बिन्दु S के निर्देशांक = (5, 6)

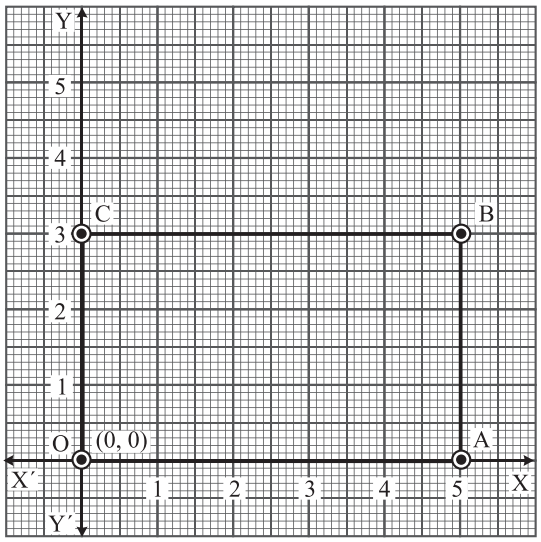
6. वह बिन्दु द्वितीय चतुर्थांश या तृतीय चतुर्थांश में।

7. वह बिन्दु प्रथम चतुर्थांश में होगा।

8. तीसरे चतुर्थांश में भुज और कोटि दोनो ऋणात्मक होते है।

9. द्वितीय चतुर्थांश और चतुर्थ चतुर्थांश में भुज और कोटि अलग-अलग चिन्ह के होगें।

10. आयत प्राप्त होगा।



11. यदि किसी बिन्दु के x-निर्देशांक शून्य है, तो वह बिन्दु किसी भी चतुर्थांश में नहीं होगा बल्कि y-अक्ष पर स्थित होगा।

12. तृतीय चतुर्थांश में होगा।

13. x-अक्ष पर सभी बिन्दुओं भुज का मान कोई भी वास्तविक संख्या हो सकती है। परन्तु कोटि का मान सदैव 0 (शून्य) होता है।

14. (0, – 4)

15. बिन्दु P(3, 4) की मूल बिन्दु से दूरी = 5 इकाई

16. मध्य बिन्दु के निर्देशांक = $\left\{\frac{-3+3}{2}, \frac{4+(-4)}{2}\right\} = (0, 0)$

17. $A \equiv (1, 3)$ यहाँ $x_1 = 1$, $x_2 = -4$
$B \equiv (-4, 6)$ $y_1 = 3$, $y_2 = 6$
$m_1 : m_2 = 1 : 3$ $m_1 = 1$, $m_2 = 3$

अन्त: विभाजन बिन्दु के निर्देशांक = $\left\{\frac{x_2 m_1 + x_1 m_2}{m_1 + m_2}, \frac{y_2 m_1 + y_1 m_2}{m_1 + m_2}\right\}$

$$= \left\{\frac{-4\times1+1\times3}{1+3}, \frac{6\times1+3\times3}{1+3}\right\}$$

$$= \left(\frac{-1}{4}, \frac{15}{4}\right)$$

18. प्रश्न संख्या 17 की भाँति हल करें।

19. प्रश्न संख्या 17 की भाँति हल करें।

20. यहाँ

$x_1 = -8$ $\quad x_2 = x$

$y_1 = 13$ $\quad y_2 = 7$

मध्य बिन्दु = (4, 10)

मध्य बिन्दु के निर्देशांक $= \left\{\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right\}$

$\therefore \quad (4, 10) = \left(\frac{-8+x}{2}, \frac{13+7}{2}\right)$

$\Rightarrow \quad 4 = \frac{-8+x}{2}$

$\Rightarrow \quad -8 + x = 8$

$x = 8 + 8$

$x = 16$ **Ans.**

21. NCERT FOLDER Ex-7.2 प्रश्न संख्या-5 की सहायता से हल करें।

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. NCERT FOLDER Ex-7.1 प्रश्न संख्या-1 की तरह हल करें।

2. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न संख्या-4 की तरह हल करें।

3. अभ्यास प्रश्न (Solved) लघु उत्तरीय प्रश्न-2 की सहायता से हल करें।

4. अभ्यास प्रश्न (Solved) लघु उत्तरीय प्रश्न-5 की सहायता से हल करें।

5. अभ्यास प्रश्न (Solved) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न-3 की सहायता से हल करें।

6. अभ्यास प्रश्न (Solved) लघु उत्तरीय प्रश्न-2 की सहायता से हल करें।

7. माना ΔABC, को भुजा BC का मध्य बिन्दु D हो, तो

D के निर्देशांक $= \left\{\frac{-3+5}{2}, \frac{2+(-1)}{2}\right\}$

$= \left(1, \frac{1}{2}\right)$

शीर्ष A से खींची गई माध्यिका AD की लम्बाई

$= \sqrt{[1-(-1)^2 + \left[\frac{1}{2}-3\right]^2}$

$= \sqrt{2^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{4+\frac{25}{4}}$

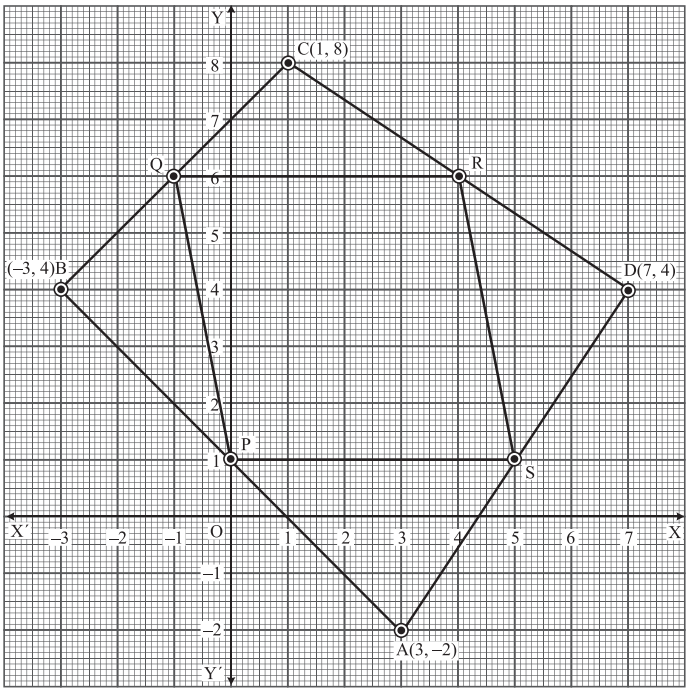
$= \sqrt{\frac{16+25}{4}}$

$= \sqrt{\frac{41}{4}}$ इकाई

(इस प्रकार भी लिखा जा सकता है)

$= \frac{1}{2}\sqrt{41}$ इकाई

8. माना चतुर्भुज के शीर्ष ABCD के निर्देशांक A ≡ (3, – 2), B ≡ (– 3, 4), C ≡ (1, 8) और D ≡ (7, 4) हैं।



भुजा AB, BC, CD और DA के मध्यबिन्दु क्रमशः P, Q, R और S हैं

तब बिन्दु P के निर्देशांक $= \left\{\frac{3+(-3)}{2}, \frac{-2+4}{2}\right\}$

$= (0, 1)$

बिन्दु Q के निर्देशांक $= \left\{\frac{-3+1}{2}, \frac{4+8}{2}\right\} = (-1, 6)$

बिन्दु R के निर्देशांक $= \left\{\frac{1+7}{2}, \frac{8+4}{2}\right\} = (4, 6)$

और बिन्दु S के निर्देशांक $= \left\{\frac{7+3}{2}, \frac{4-2}{2}\right\} = (5, 1)$

भुजा PQ की लम्बाई $= \sqrt{[0-(-1)]^2 + [1-6]^2}$

$= \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$ इकाई

भुजा QR की लम्बाई $= \sqrt{[-1-4]^2 + [6-6]^2}$

$= \sqrt{25+0} = 5$ इकाई

भुजा RS की लम्बाई $= \sqrt{(4-5)^2 + (6-1)^2}$

$= \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$ इकाई

भुजा PS की लम्बाई $= \sqrt{(5-0)^2 + (1-1)^2}$

$= \sqrt{25+0} = 5$ इकाई

विकर्ण PR की लम्बाई $= \sqrt{(0-4)^2+(1-6)^2}$

$= \sqrt{16+25}$

$= \sqrt{41}$ इकाई

विकर्ण QS की लम्बाई $= \sqrt{(-1-5)^2+(6-1)^2}$

$= \sqrt{36+25}$

$= \sqrt{61}$ इकाई

स्पष्ट है : भुजा PQ = भुजा RS

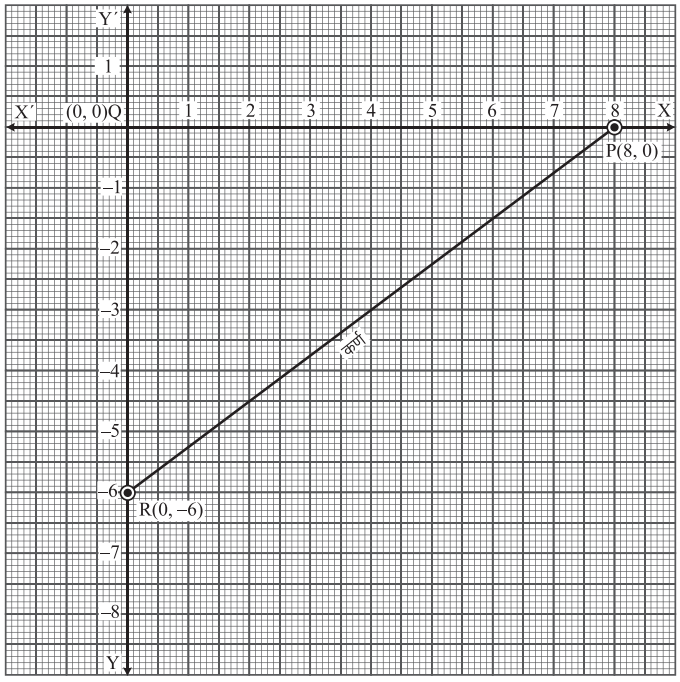
भुजा QR = भुजा PS

और विकर्ण PR ≠ विकर्ण QS

अत: मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाएँ एक समान्तर चतुर्भुज बनाती है। **इति सिद्धम्**

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. कर्ण की लम्बाई $= \sqrt{(8-0)^2+(0+6)^2}$



$= \sqrt{64+36}$

$= \sqrt{100}$

कर्ण PR की लम्बाई = 10 इकाई

2. माना A ≡ (– 5, 6), B ≡ (3, 0) और C ≡ (9, 8)

AB की लम्बाई $= \sqrt{(-5-3)^2+(6-0)^2}$

$= \sqrt{64+36}$

$= \sqrt{100} = 10$ इकाई

BC की लम्बाई $= \sqrt{(3-9)^2+(0-8)^2}$

$= \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ इकाई

CA की लम्बाई $= \sqrt{(-5-9)^2+(6-8)^2}$

$= \sqrt{196+4} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ इकाई

स्पष्ट है :

$AB^2 + BC^2 = 10^2 + 10^2$

$= 100 + 100$

$= 200$

$= (10\sqrt{2})^2$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

और AB = BC

अत: दिये गये बिन्दु एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज बनाते है।

3. माना A ≡ (– 2, 9), B ≡ (10, – 7), C ≡ (12, – 5) और O ≡ (4, 1)

AO की लम्बाई $= \sqrt{(-2-4)^2+(9-1)^2}$

$= \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ इकाई

BO की लम्बाई $= \sqrt{(10-4)^2+(-7-1)^2}$

$= \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ इकाई

CO की लम्बाई $= \sqrt{(12-4)^2+(-5-1)^2}$

$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ इकाई

स्पष्ट है : OA = OB = OC

अत: दिये गये बिन्दुओं से गुजरने वाले वृत्त का केन्द्र (4, 1) होगा।

इति सिद्धम्

4. प्रश्न संख्या-3 की तरह हल करें।

5. त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक

$= \left\{\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right\}$

$= \left\{\frac{1+2+(-1)}{3}, \frac{4+(-3)+(-2)}{3}\right\}$

$= \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right)$

6. बिन्दु P(x, y) के निर्देशांक $= \left\{\frac{x_2m_1 - x_1m_2}{m_1-m_2}, \frac{y_2m_1 - y_1m_2}{m_1-m_2}\right\}$

$= \left\{\frac{2\times3-4\times2}{3-2}, \frac{1\times3-3\times2}{3-2}\right\}$

$= (-2, -3)$

यही सिद्ध करना था।

7. माना $k : 1$ में विभाजित करेगा और y-अक्ष पर बिन्दु के निर्देशांक $= (0, b)$
तब

$$(0, b) = \left\{\frac{-1\times k+5\times 1}{k+1}, \frac{-4\times k+(-6)\times 1}{k+1}\right\}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = \frac{-k+5}{k+1}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = -k+5$$

$$\Rightarrow \quad k = 5$$

अत: अनुपात $= 5 : 1$

$$\Rightarrow \quad b = \frac{-4\times 5-6\times 1}{5+1}$$

$$= \frac{-20-6}{6}$$

$$= \frac{-26}{6} = \frac{-13}{3}$$

बिन्दु के निर्देशांक $= \left(0, \frac{-13}{3}\right)$

8. माना $A \equiv (-1, 0)$, $B \equiv (3, 1)$, $C \equiv (2, 2)$ और $D \equiv (a, b)$
चूँकि ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है।

$\therefore$ AC का मध्य बिन्दु = BD का मध्य बिन्दु

$$\left(\frac{-1+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = \left(\frac{3+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right)$$

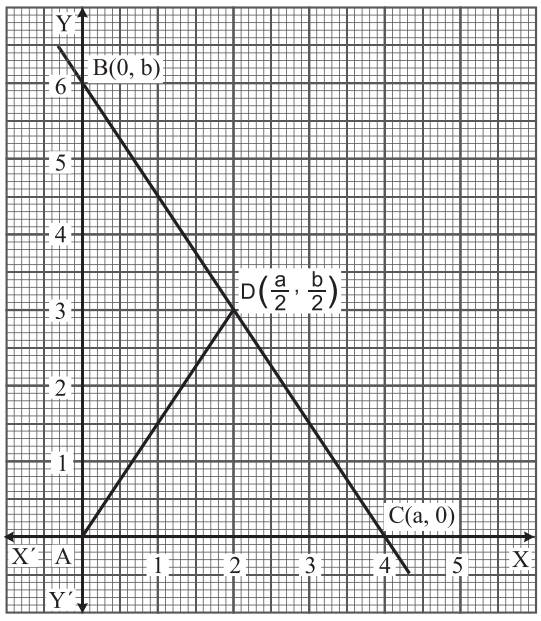
$$\Rightarrow \quad \frac{3+a}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{और} \quad \frac{1+b}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \quad a = -2 \quad \text{और} \quad b = 1$$

अत: चौथे शीर्ष D के निर्देशांक $= (-2, 1)$

9. माना ΔABC में

$$B = (0, b)$$
$$A = (0, 0)$$
$$C = (a, 0)$$



BC के मध्य बिन्दु D के निर्देशांक $= \left\{\frac{0+a}{2}, \frac{b+0}{2}\right\}$

$$= \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

$$AB^2 + AC^2 = [\sqrt{(0-0)^2+(0-b)^2}]^2 + [\sqrt{(0-a)^2+(0-0)^2}]^2$$

$$= b^2 + a^2$$

$$2(AD^2 + DC^2) = 2\left[\left(\sqrt{\left(0-\frac{a}{2}\right)^2+\left(0-\frac{b}{2}\right)^2}\right)^2 + \left(\sqrt{\left(a-\frac{a}{2}\right)^2+\left(0-\frac{b}{2}\right)^2}\right)^2\right]$$

$$= 2\left[\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}\right]$$

$$= 2\left[\frac{2a^2}{4}+\frac{2b^2}{4}\right]$$

$$= 2\left[\frac{a^2+b^2}{2}\right]$$

$$= a^2 + b^2$$

$$2(AD^2 + DC^2) = AB^2 + AC^2$$

या $\quad AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + DC^2)$

यही सिद्ध करना था

अत: चौथे शीर्ष D के निर्देशांक $= (-2, 1)$

❑❑

8 त्रिकोणमिति का परिचय
(Introduction of Trigonometry)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (A)	**2.** (B)	**3.** (B)	**4.** (A)
5. (A)	**6.** (C)	**7.** (C)	**8.** (C)
9. (A)	**10.** (B)	**11.** (A)	**12.** (B)
13. (C)	**14.** (A)	**15.** (A)	**16.** (B)
17. (C)	**18.** (B)	**19.** (A)	**20.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. L.H.S. $= \tan\theta + \cot\theta$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta} = \text{cosec}\,\theta\,\sec\theta = \text{R.H.S.}$$

2. L.H.S. $\Rightarrow (1 + \tan^2\theta)(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)$

$\Rightarrow \sec^2\theta\,(1 - \sin^2\theta)$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta} \times \cos^2\theta$$

$\Rightarrow 1 \Rightarrow$ R.H.S.

3. L.H.S. $\Rightarrow \sqrt{\dfrac{1-\cos A}{1+\cos A}}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{(1-\cos A)(1-\cos A)}{(1+\cos A)(1-\cos A)}} = \sqrt{\frac{(1-\cos A)^2}{1-\cos^2 A}}$$

$$\Rightarrow \frac{1-\cos A}{\sqrt{\sin^2 A}} = \frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A}$$

$\Rightarrow \text{cosec}\,A - \cot A \Rightarrow$ R.H.S.

4. L.H.S. $\Rightarrow \sqrt{\dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)(1-\sin\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}} \Rightarrow \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}}$$

$$\Rightarrow \frac{1-\sin\theta}{\sqrt{\cos^2\theta}} = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$\Rightarrow \sec\theta - \tan\theta \Rightarrow$ R.H.S.

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. L.H.S. $\Rightarrow \dfrac{\cos A}{(1-\tan A)} - \dfrac{\sin^2 A}{(\cos A - \sin A)}$

$$\Rightarrow \frac{\cos A}{1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}} - \frac{\sin^2 A}{(\cos A - \sin A)}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{(\cos A - \sin A)}$$

$$\Rightarrow \frac{(\cos A - \sin A)(\cos A + \sin A)}{(\cos A - \sin A)}$$

$\Rightarrow \cos A + \sin A \Rightarrow$ R.H.S.

2. L.H.S. $\Rightarrow \dfrac{\cos\theta}{1-\tan\theta} + \dfrac{\sin\theta}{1-\cot\theta}$

$$\Rightarrow \frac{\cos\theta}{1 - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}} + \frac{\sin\theta}{1 - \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos\theta \times \cos\theta}{(\cos\theta - \sin\theta)} + \frac{\sin\theta \times \sin\theta}{(\sin\theta - \cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{(\cos\theta - \sin\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{(\cos\theta-\sin\theta)(\cos\theta+\sin\theta)}{(\cos\theta-\sin\theta)}$$

$\Rightarrow \cos\theta + \sin\theta \Rightarrow$ R.H.S.

3. प्रथम भाग $\Rightarrow \dfrac{\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta}{\operatorname{cosec}\theta-\cot\theta}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\frac{1}{\sin\theta}-\frac{\cos\theta}{\sin\theta}} \Rightarrow \frac{(1+\cos\theta)}{\sin\theta}\times\frac{\sin\theta}{(1-\cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} \Rightarrow \text{मध्य पद}$$

$$\Rightarrow \frac{(1+\cos\theta)\times(1+\cos\theta)}{(1-\cos\theta)\times(1+\cos\theta)} \Rightarrow \frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta} \Rightarrow \left(\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$$

$\Rightarrow (\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)^2 \Rightarrow$ अन्तिम पद

4. L.H.S. $\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$

$\Rightarrow (r\sin\alpha\cos\beta)^2 + (r\sin\alpha\sin\beta)^2 + (r\cos\alpha)^2$

$\Rightarrow r^2\sin^2\alpha[\cos^2\beta + \sin^2\beta] + r^2\cos^2\alpha$

$\Rightarrow r^2\sin^2\alpha \times 1 + r^2\cos^2\alpha$

$\Rightarrow r^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)$

$\Rightarrow r^2 \times 1 \Rightarrow r^2 =$ R.H.S.

5. L.H.S. $\Rightarrow \dfrac{1-\cos A}{\sin A}$

$$\Rightarrow \frac{(1-\cos A)\times(1+\cos A)}{\sin A\times(1+\cos A)}$$

$$\Rightarrow \frac{1-\cos^2 A}{\sin A(1+\cos A)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 A}{\sin A(1+\cos A)} \Rightarrow \frac{\sin A}{(1+\cos A)} = \text{R.H.S.}$$

6. L.H.S. $\Rightarrow \dfrac{\sec^2 A}{\cos^2 A}-\dfrac{\tan^2 A}{\cot^2 A}$

$$\Rightarrow \frac{\sec^2 A}{\frac{1}{\sec^2 A}}-\frac{\tan^2 A}{\frac{1}{\tan^2 A}}$$

$\Rightarrow \sec^4 A - \tan^4 A$

$\Rightarrow (\sec^2 A - \tan^2 A)(\sec^2 A + \tan^2 A)$

$\Rightarrow 1 \times (1 + \tan^2 A + \tan^2 A)$

$\Rightarrow 1 + 2\tan^2 A =$ R.H.S.

7. अतिलघु उत्तरीय प्रश्न-4 देखें।

8. L.H.S. $= 2 + \dfrac{1}{\tan^2 A}+\dfrac{1}{\cot^2 A}$

$= 2 + \cot^2 A + \tan^2 A$

$= 2 + (\operatorname{cosec}^2 A - 1) + (\sec^2 A - 1)$

$= 2 + \operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A - 2$

$= \sec^2 A + \operatorname{cosec}^2 A =$ R.H.S.

9. L.H.S. $= \dfrac{1+\tan^2 A}{\operatorname{cosec}^2\theta} \Rightarrow \dfrac{1+\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2}{\left(\frac{1}{\sin\theta}\right)^2}$

$$\Rightarrow \left(\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\right)\times\left(\frac{\sin^2\theta}{1}\right) \Rightarrow \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$$

$\Rightarrow \tan^2\theta =$ R.H.S.

10. L.H.S. $\Rightarrow \dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$

$$\Rightarrow \frac{(1-\sin\theta)^2+\cos^2\theta}{\cos\theta\,(1-\sin\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{1+\sin^2\theta-2\sin\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{1+1-2\sin\theta}{\cos\theta(1-\sin\theta)} \Rightarrow \frac{2(1-\sin\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\cos\theta} \Rightarrow 2\sec\theta = \text{R.H.S.}$$

11. L.H.S. $\Rightarrow \sin^6 A + \cos^6 A = (\sin^2 A)^3 + (\cos^2 A)^3$

$\Rightarrow (\sin^2 A + \cos^2 A)^3 - 3.\sin^2 A\cos^2 A(\sin^2 A + \cos^2 A)$

$\Rightarrow (1)^3 - 3\sin^2 A\cos^2 A\,(1)$

$\Rightarrow 1 - 3\sin^2 A\cos^2 A =$ R.H.S.

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. L.H.S. $\Rightarrow (\sin\alpha + \cos\alpha)(\tan\alpha + \cot\alpha)$

$$\Rightarrow (\sin\alpha + \cos\alpha)\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

$$\Rightarrow (\sin\alpha + \cos\alpha)\left[\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{(\sin\alpha\cos\alpha)}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}\times 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos\alpha}+\frac{1}{\sin\alpha}$$

$\Rightarrow \sec\alpha + \operatorname{cosec}\alpha = \text{R.H.S}$

2. L.H.S. $\Rightarrow 1 + \dfrac{\cot^2\alpha}{1+\operatorname{cosec}\alpha}$

$\Rightarrow 1 + \dfrac{\operatorname{cosec}^2\alpha - 1}{1+\operatorname{cosec}\alpha}$

$\Rightarrow 1 + \dfrac{(\operatorname{cosec}\alpha - 1)(\operatorname{cosec}\alpha + 1)}{(1+\operatorname{cosec}\alpha)}$

$\Rightarrow 1 + \operatorname{cosec}\alpha - 1$

$\Rightarrow \operatorname{cosec}\alpha = \text{R.H.S.}$

3. L.H.S. $\Rightarrow \dfrac{\tan A}{1+\sec A} - \dfrac{\tan A}{1-\sec A}$

$\Rightarrow \tan A\left[\dfrac{1}{1+\sec A} - \dfrac{1}{1-\sec A}\right]$

$\Rightarrow \tan A\left[\dfrac{(1-\sec A)-(1+\sec A)}{(1+\sec A)(1-\sec A)}\right]$

$\Rightarrow \tan A\left[\dfrac{-2\sec A}{1-\sec^2 A}\right]$

$\Rightarrow \tan A\left[\dfrac{2\sec A}{\sec^2 A - 1}\right]$

$\Rightarrow \tan A\left[\dfrac{2\sec A}{\tan^2 A}\right]$

$\Rightarrow \dfrac{\sin A}{\cos A} \times \dfrac{2}{\cos A} \times \dfrac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$

$\Rightarrow \dfrac{2}{\sin A} \Rightarrow 2\operatorname{cosec} A = \text{R.H.S.}$

4. L.H.S. $\Rightarrow \sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A)$

$\Rightarrow \dfrac{(1-\sin A)}{\cos A}\left(\dfrac{1}{\cos A} + \dfrac{\sin A}{\cos A}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{(1-\sin A)(1+\sin A)}{\cos A \times \cos A}$

$\Rightarrow \dfrac{(1-\sin^2 A)}{\cos^2 A} \Rightarrow \dfrac{\cos^2 A}{\cos^2 A} \Rightarrow 1 = \text{R.H.S.}$

5. L.H.S. $\Rightarrow \sec\theta\,(1 + \tan\theta) + \cos\theta\,(1 + \cot\theta)$

$\Rightarrow \sin\theta\left(1 + \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right) + \cos\theta\left(1 + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$\Rightarrow \sin\theta\left(\dfrac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta}\right) + \cos\theta\left(\dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$\Rightarrow (\sin\theta + \cos\theta)\left[\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right]$

$\Rightarrow (\sin\theta + \cos\theta)\left[\dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right]$

$\Rightarrow \dfrac{(\sin\theta + \cos\theta)}{\sin\theta\cos\theta} \times 1$

$\Rightarrow \dfrac{\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{1}{\sin\theta}$

$\Rightarrow \sec\theta + \operatorname{cosec}\theta \Rightarrow \operatorname{cosec}\theta + \sec\theta = \text{R.H.S.}$

6. L.H.S. $\Rightarrow (1 - \tan A)^2 + (1 - \cot A)^2$

$\Rightarrow \left(1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}\right)^2 + \left(1 - \dfrac{\cos A}{\sin A}\right)^2$

$\Rightarrow \left(\dfrac{\cos A - \sin A}{\cos A}\right)^2 + \left(\dfrac{\sin A - \cos A}{\sin A}\right)^2$

$\Rightarrow (\sin A - \cos A)^2\left[\dfrac{1}{\cos^2 A} + \dfrac{1}{\sin^2 A}\right]$

$\Rightarrow (\sin A - \cos A)^2\left[\dfrac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\cos^2 A \sin^2 A}\right]$

$\Rightarrow \dfrac{(\sin A - \cos A)^2 \times 1}{\cos^2 A \sin^2 A} \Rightarrow \left(\dfrac{\sin A - \cos A}{\sin A \cos A}\right)^2$

$\Rightarrow \left(\dfrac{\sin A}{\sin A\cos A} - \dfrac{\cos A}{\sin A\cos A}\right)^2$

$\Rightarrow \left(\dfrac{1}{\cos A} - \dfrac{1}{\sin A}\right)^2$

$\Rightarrow (\sec A - \operatorname{cosec} A)^2 = \text{R.H.S.}$

7. L.H.S. $\Rightarrow \sin^4\theta - \cos^4\theta$

$\Rightarrow (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

$\Rightarrow (\sin^2\theta - (1 - \sin^2\theta)] \times 1$

$\Rightarrow (\sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta)$

$\Rightarrow 2\sin^2\theta - 1 = \text{R.H.S.}$

8. L.H.S. $\Rightarrow \dfrac{1}{\sec A - \tan A} - \dfrac{1}{\cos A}$

$\Rightarrow \dfrac{\sec^2 A - \tan^2 A}{\sec A - \tan A} - \dfrac{1}{\cos A}$

$\Rightarrow \dfrac{(\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A)}{(\sec A - \tan A)} - \sec A$

$\Rightarrow \sec A + \tan A - \sec A$

$\Rightarrow \sec A - (\sec A - \tan A)$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\cos A} - \dfrac{(\sec A - \tan A) \times (\sec A + \tan A)}{1 \times (\sec A + \tan A)}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\cos A} - \dfrac{(\sec^2 A - \tan^2 A)}{(\sec A + \tan A)}$

9 त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग (Some Applications of Trigonometry)

बहुविकल्पीय प्रश्न

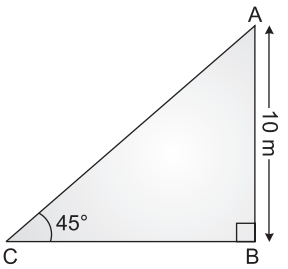
1. (B) **2.** (C) **3.** (B) **4.** (B)
5. (C) **6.** (B) **7.** (C) **8.** (D)
9. (C) **10.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. असत्य
2. असत्य
3. असत्य
4. सत्य

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. माना खम्भा (AB) को लम्बवत रखने के लिए तार को खम्भे की चोटी A से बाँधा गया है। और तार का दूसरा सिरा खम्भे के आधार बिन्दु से होकर जाने वाले क्षैतिज के साथ 45° का कोण बनाते हुये बिन्दु C पर बाँधा गया है।



अब ΔABC में, $\angle ABC = 90°$

और $$\frac{AC}{AB} = \text{cosec}\ \theta$$

$$\frac{AC}{10} = \text{cosec}\ 45°$$

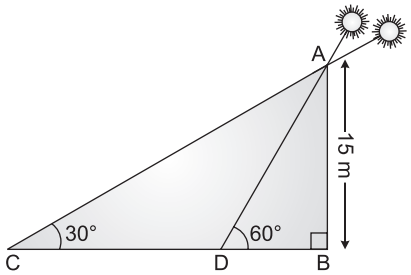
$$AC = 10 \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ m या } 17.32 \text{ m}$$

अत: तार की लम्बाई $= 10\sqrt{2}$ m या 17.32 m.

प्रश्न 2. माना खम्भा AB = 15 cm

बिन्दु C पर सूर्य का उन्नयन कोण = 30°

और बिन्दु D पर सूर्य का उन्नयन कोण = 60°



अब ΔABC में,

$$\angle ABC = 90°$$

$$\tan 30° = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{BC}$$

$$\Rightarrow \quad BC = 15\sqrt{3} \text{ m}$$

और ΔABD में,

$$\angle ABD = 90°$$

$$\tan 60° = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3} = \frac{15}{BD}$$

$$\Rightarrow \quad BD = \frac{15}{\sqrt{3}} \text{ m}.$$

खम्भे की छाया में अन्तर $= BC - BD$

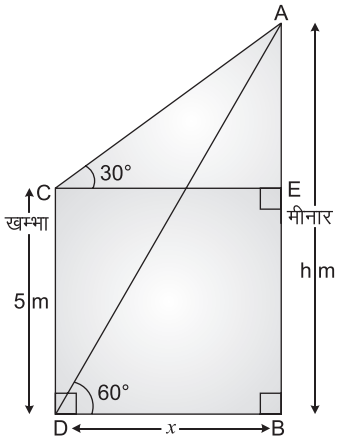
$$= \frac{15\sqrt{3}}{1} - \frac{15}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{15 \times 3 - 15}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{30 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$= 10\sqrt{3}$ m यही सिद्ध करना था।

3. माना AB एक मीनार है जिसकी ऊँचाई h m है। और CD एक बिजली का खम्भा है जिसकी ऊँचाई 5 m है।



अब ΔABD में, $\angle ABD = 90°$

$$\frac{AB}{BD} = \tan 60°$$

$$\frac{h}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \sqrt{3}x \quad ...(i)$$

और ΔAEC में, $\angle AEC = 90°$

$$\frac{AE}{EC} = \tan 30°$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h-5}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}(h-5) = x \quad ...(ii)$$

समीकरण (ii) में समीकरण (i) से भाग करने पर

$$\Rightarrow \quad \frac{\sqrt{3}(h-5)}{h} = \frac{x}{\sqrt{3}x}$$

$$\Rightarrow \quad 3(h-5) = h$$

$$\Rightarrow \quad 3h - 15 = h$$

$$\Rightarrow \quad 3h - h = 15$$

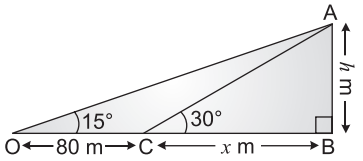
$$\Rightarrow \quad 2h = 15$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{15}{2}$$

अत: मीनार की ऊँचाई = $\frac{15}{2}$ m या 7.5 m.

4. समकोण ΔABC में,

$$\angle B = 90°$$



$$\therefore \quad \frac{AB}{BC} = \tan 30°$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad x = \sqrt{3}h \quad ...(i)$$

समकोण ΔABO में,

$$\angle B = 90°$$

$$\therefore \quad \frac{AB}{BO} = \tan 15°$$

$$\frac{h}{x+30} = \frac{(2-\sqrt{3})}{1}$$

$$h = (x+30)(2-\sqrt{3})$$

$$= (\sqrt{3}h+30)(2-\sqrt{3})$$

$$h = 2\sqrt{3}h + 60 - 3h - 30\sqrt{3}$$

$$4h - 2\sqrt{3}h = 60 - 30\sqrt{3}$$

$$2h(2-\sqrt{3}) = 30(2-\sqrt{3}) \quad \left[\begin{matrix}\text{याद रखें} \\ \tan 15° = (2-\sqrt{3})\end{matrix}\right]$$

$$h = \frac{30(2-\sqrt{3})}{2(2-\sqrt{3})}$$

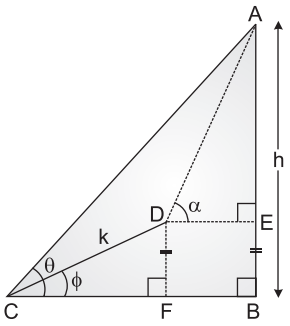
$$= 15 \text{ m}$$

अत: मीनार की ऊँचाई = 15 m.

5. ΔCFD में,

$$\angle CFD = 90°$$

$$\sin \phi = \frac{DF}{CD}$$



$$\Rightarrow \quad DF = k \sin \phi$$

$$\Rightarrow \quad EB = k \sin \phi \quad ...(i)$$

और $\cos \phi = \frac{CF}{CD}$

$$\Rightarrow \quad CF = k \cos \phi \quad ...(ii)$$

अब ΔABC में,

$$\angle ABC = 90°$$

$$\therefore \quad \frac{AB}{BC} = \tan \theta$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h}{BC} = \tan \theta$$

$\Rightarrow \quad h = BC \tan\theta$

$\Rightarrow \quad BC = h\cot\theta \quad ...(iii)$

$\therefore \quad DE = FB = CB - CF$

$= h\cot\theta - k\cos\phi \quad ...(iv)$

और $\quad AE = AD - EB$

$= h - k\sin\phi \quad ...(v)$

अब ΔADE में,

$\angle AED = 90°$

$$\tan\alpha = \frac{AE}{DE}$$

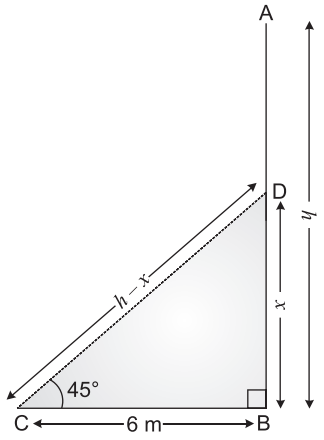
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\cot\alpha} = \frac{h - k\sin\phi}{h\cot\theta - k\cos\phi}$$

$\Rightarrow \quad h\cot\theta - k\cos\phi = h\cot\alpha - k\sin\phi\cot\alpha$

$\Rightarrow \quad h(\cot\theta - \cot\alpha) = k(\cos\phi - \sin\phi\cot\alpha)$

$$h = \frac{k(\cos\phi - \sin\phi\cot\alpha)}{(\cot\theta - \cot\alpha)}$$

6. ΔBCD में, $\angle B = 90°$, $\angle C = 45°$



$$\therefore \quad \frac{BD}{BC} = \tan 45°$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{6} = 1$$

$\Rightarrow \quad x = 6$ m

और $\quad \frac{BC}{DC} = \cos 45°$

$$\Rightarrow \quad \frac{6}{h-x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow \quad h - x = 6\sqrt{2}$

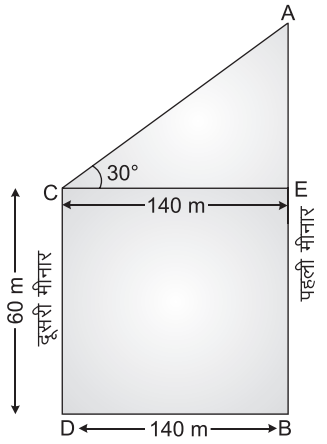
$\Rightarrow \quad h - 6 = 6\sqrt{2}$

$\Rightarrow \quad h = 6\sqrt{2} + 6$

$\Rightarrow \quad h = 6(\sqrt{2}+1)$ m

वृक्ष की ऊँचाई $= 6(\sqrt{2}+1)$ m या 14.484 m.

7. माना पहली मीनार AB की ऊँचाई h m है।



ΔACE में,

$\angle AEC = 90°$

$$\therefore \quad \frac{AE}{EC} = \tan 30°$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h-60}{140} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h - 60\sqrt{3} = 140$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h = 140 + 60\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{140 + 60\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{140 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} + \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{140 \times 1.732}{3} + 60$$

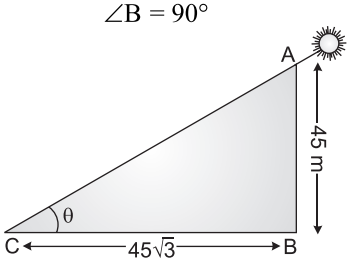
$\Rightarrow \quad h = 80.83 + 60$

$\Rightarrow \quad h = 140.83$ m

अत: पहली मीनार की ऊँचाई = 140.83 m.

8. ΔABC में,

$\angle B = 90°$



$$\frac{AB}{BC} = \tan\theta$$

$$\frac{45}{45\sqrt{3}} = \tan\theta$$

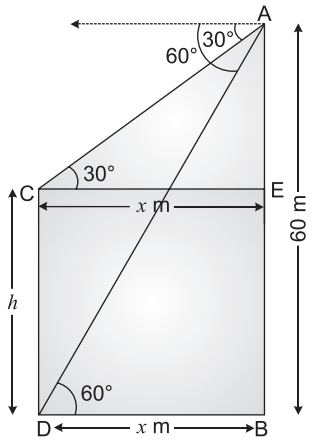
$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$$

$\Rightarrow \quad \theta = 30°$

अत: सूर्य का उन्नयन कोण 30° है।

9. ΔABD में,

$\angle B = 90°$



$\therefore \quad \frac{AB}{BD} = \tan 60°$

$\Rightarrow \quad \frac{60}{x} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad x = \frac{60}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad x = 20\sqrt{3}$

ΔAEC में,

$\angle E = 90°$

$\therefore \quad \frac{AE}{EC} = \tan 30°$

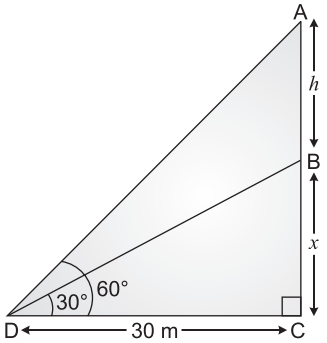
$\Rightarrow \quad \frac{60-h}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad \frac{60-h}{20\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad h = 40 \text{ m}$

अत: मीनार की ऊँचाई = 40 m.

10. माना मन्दिर को h m और ऊँचा बनाया जाये।



ΔBCD में,

$\angle C = 90°$

$\therefore \quad \frac{BC}{CD} = \tan 30°$

$\frac{x}{30} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad x = 10\sqrt{3}$

ΔACD में,

$\angle C = 90°$

$\therefore \quad \frac{AC}{DC} = \tan 60°$

$\frac{h+x}{30} = \sqrt{3}$

$h + 10\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad h = 30\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$

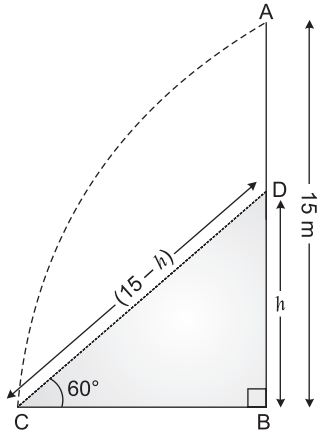
$\Rightarrow \quad h = 20\sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad h = 20 \times 1.732 = 34.640 \text{ m}$

अत: मन्दिर को 34.64 m और ऊँचा बनाया जाए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. माना AB, 15 m ऊँचा एक वृक्ष है। आँधी के कारण बिन्दु D से टूटकर पृथ्वी पर जा लगा जिससे बिन्दु C पर 60° का कोण बनाता है। माना वृक्ष पृथ्वी से h m ऊँचाई पर टूटा है।



अब ΔDBC में

$\angle B = 90°$

$\therefore \quad \frac{DB}{DC} = \sin 60°$

$\Rightarrow \quad \frac{h}{15-h} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \quad 2h = \sqrt{3}(15-h)$

$\Rightarrow \quad 2h = 15\sqrt{3} - h\sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad 2h+\sqrt{3}h = 15\sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad (2+\sqrt{3})h = 15\sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{15\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{15\sqrt{3}\times(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})\times(2-\sqrt{3})}$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{15(2\sqrt{3}-3)}{4-3}$

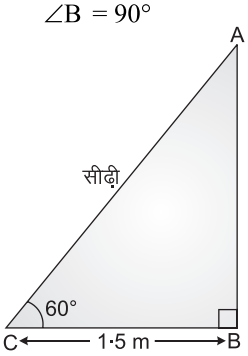
$\Rightarrow \quad h = \dfrac{15(2\times1.732-3)}{1}$

$\Rightarrow \quad h = 15 \times 0.464 = 6.96$ m.

अत: वृक्ष, पृथ्वी से 6.96 m की ऊँचाई से टूटा है।

2. समकोण ΔABC में,

$\angle B = 90°$



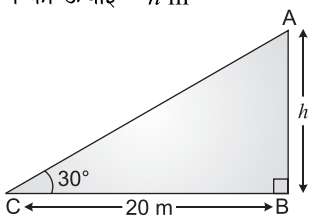
$\dfrac{AB}{BC} = \tan 60°$

$\Rightarrow \quad \dfrac{AB}{1.5} = \sqrt{3}$

$\therefore \quad AB = 15\sqrt{3}$ m

अत: दीवार की ऊँचाई $= 15\sqrt{3}$ m .

3. माना स्तम्भ की ऊँचाई $= h$ m



तब $\dfrac{AB}{BC} = \tan 30°$

$\Rightarrow \quad \dfrac{h}{20} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

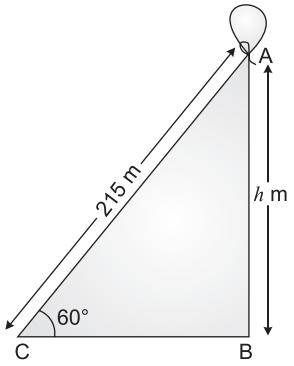
$\Rightarrow \quad h\sqrt{3} = 20$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{20\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$

अत: मीनार की ऊँचाई $= \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$ m .

4. माना गुब्बारे की जमीन से ऊँचाई $= h$ m



तब $\dfrac{AB}{AC} = \sin 60°$

$\Rightarrow \quad \dfrac{h}{215} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \quad 2h = \sqrt{3}\times215$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{215\sqrt{3}}{2}$

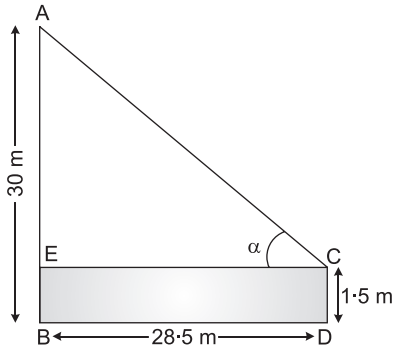
$\Rightarrow \quad h = \dfrac{215\times1.732}{2}$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{372.38}{2}$

$\Rightarrow \quad h = 186.19$ m

अत: गुब्बारे की जमीन ऊँचाई = 186.19 m.

5. माना शीर्ष बिन्दु का उन्नयन कोण α है।



तब $\tan\alpha = \dfrac{AE}{EC}$

$\Rightarrow \quad \tan\alpha = \dfrac{28.5}{28.5}$

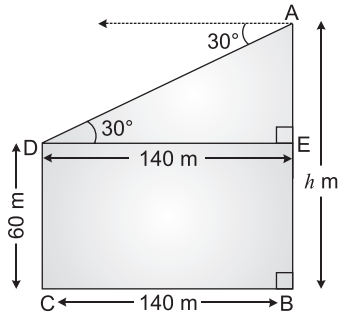
$\Rightarrow \quad \tan\alpha = \dfrac{285}{285}$

$\Rightarrow \quad \tan\alpha = 1 = \tan 45°$

$\therefore \quad \alpha = 45°$

अत: सूर्य का उन्नयन कोण $= 45°$

6. माना पहले खम्भे की ऊँचाई $= h$ m



ΔADE में,

$\angle AED = 90°$

$\therefore \quad \frac{AE}{ED} = \tan 30°$

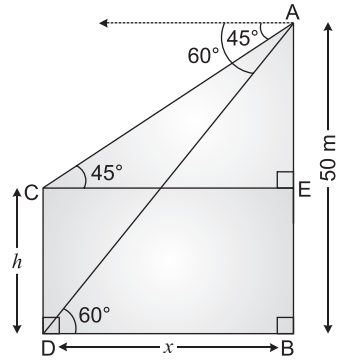
$\Rightarrow \quad \frac{h-60}{140} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h - 60\sqrt{3} = 140$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h = 140 + 60\sqrt{3}$

नोट—.....आगे हल के लिए लघु उत्तरीय प्रथम संख्या 7 का हल देखें।

7. माना खम्भे की ऊँचाई $= h$ m



ΔAEC में,

$\angle E = 90°$

$\frac{AE}{EC} = \tan 45$

$\Rightarrow \quad \frac{50-h}{x} = 1$

$\therefore \quad x = 50 - h$

ΔABD में,

$\angle B = 90°$

$\frac{AB}{BD} = \tan 60°$

$\Rightarrow \quad \frac{50}{x} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad \frac{50}{50-h} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$\Rightarrow \quad 50\sqrt{3} - \sqrt{3}h = 50$

$\Rightarrow \quad 50\sqrt{3} - 50 = \sqrt{3}h$

$\Rightarrow \quad 50(\sqrt{3}-1) = \sqrt{3}h$

$\Rightarrow \quad h = \frac{50(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad h = \frac{50(3-\sqrt{3})}{3}$

$\Rightarrow \quad h = \frac{50\times 1.268}{3}$

$\Rightarrow \quad h = 21.133$

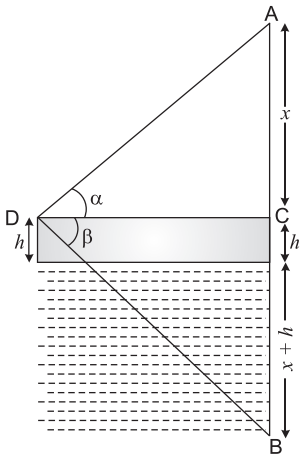
$\Rightarrow \quad h = 21.13$ m

अत: खम्भे की ऊँचाई $= 21.13$ m.

8. हल के लिए अभ्यास प्रश्न दीर्घ उत्तरीय प्रश्न–2 की सहायता से हल करें।

9. ΔACD में

$$\tan\alpha = \frac{AC}{DC} = \frac{x}{DC} \qquad ...(i)$$



ΔDCB में,

$$\tan\beta = \frac{BC}{DC} = \frac{2h+x}{DC} = \frac{2h}{DC} + \frac{x}{DC}$$

$$\tan\beta = \frac{2h}{DC} + \tan\alpha$$

$$\tan\beta - \tan\alpha = \frac{2h}{DC}$$

$$\therefore \quad DC = \frac{2h}{\tan\beta - \tan\alpha}$$

पुन: ΔADC में,

$$\cos\alpha = \frac{DC}{AD}$$

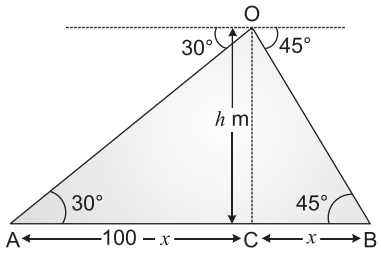
$$\cos\alpha = \frac{2h}{(\tan\beta - \tan\alpha) \times AD}$$

$$AD = \frac{2h}{\tan\beta - \tan\alpha} \times \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad AD = \frac{2h\sec\alpha}{\tan\beta - \tan\alpha}$$

अत: बादलों से निरीक्षण बिन्दु के बीच दूरी $= \frac{2h\sec\alpha}{\tan\beta - \tan\alpha}$

10. माना हवाई जहाज h m की ऊँचाई पर उड़ रहा है।



ΔOCB में,

$$\frac{OC}{CB} = \tan 45°$$

$$\Rightarrow \quad \frac{OC}{CB} = 1$$

$$\Rightarrow \quad OC = CB$$

$$\Rightarrow \quad h = x \qquad ...(i)$$

ΔOCA में,

$$\frac{OC}{AC} = \tan 30°$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h}{100 - x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h = 100 - x$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h + h = 100$$

$$\Rightarrow \quad (\sqrt{3}+1)h = 100$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{100 \times \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1 \times \sqrt{3} - 1}$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{100(1.732 - 1)}{2}$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{073.2}{2}$$

$$\Rightarrow \quad h = 36.6 \text{ m}$$

अत: हवाई जहाज 36.6 m की ऊँचाई पर उड़ रहा है।

❑❑

10 वृत्त (Circle)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (C) **2.** (B) **3.** (B) **4.** (B)
5. (A) **6.** (B) **7.** (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. हल सहित अभ्यास प्रश्न अति लघुउत्तरीय प्रश्न-5 देखें।

2. $AE \times EB = CE \times ED$ (प्रमेय से)

$AE \times EB = 4 \times 2$

$AE.EB = 8\ cm^2$

3. $AE \times EB = CE \times ED$ (प्रमेय से)

$AE \times EB = 4 \times 2$

$= 8\ cm^2$

$\therefore$ आयत का क्षेत्रफल $= 8\ cm^2$.

4. $PA \times PB = PT^2$ (प्रमेय से)

$(AB + 8) \times 8 = 12^2$

$AB + 8 = \frac{144}{8} = 18$

$AB = 18 - 8 = 10$ cm

AB की लम्बाई $= 10$ cm.

5. $PA \times PB = PT^2$ (प्रमेय से)

$5 \times (5 + 15) = PT^2$

$100 = PT^2$

$\Rightarrow PT = 10$ cm

PT की लम्बाई $= 10$ cm.

6. $\angle ACB = \angle BAQ = 60°$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण हैं)

$\angle CAB = 90°$ (अर्द्धवृत्त मे बना कोण हैं)

ΔABC में,

$\therefore \angle ACB + \angle CAB + \angle CBA = 180°$

(Δ के कोण योग नियम से)

$60° + 90° + \angle CBA = 180°$

$\angle CBA = 180° - 150°$

$\therefore \angle ABC = 30°$

अत: $\angle ABC$ का मान $= 30°$

7. हल सहित अभ्यास प्रश्न, लघु उत्तरीय प्रश्न संख्या-2 की सहायता से हल करें।

8. $\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB$

(समान चाप द्वारा केन्द्र तथा परिधि पर बने कोण हैं)

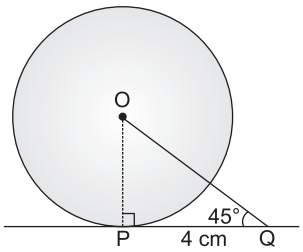
$= \frac{1}{2} \times 108°$

$= 54°$

$\angle BAT = \angle APB = 54°$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण हैं)

9. ΔOPQ में,

$\angle OPQ = 90°$



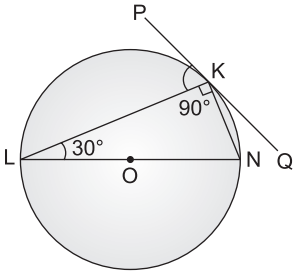
$\frac{OP}{PQ} = \tan 45°$

$\frac{OP}{4\ cm} = 1$

$\therefore OP = 4 \times 1 = 4$ cm

वृत्त की त्रिज्या $= 4$ cm

10. $\angle NKL = 90°$ (अर्द्धवृत्त में बना कोण हैं)



..... आगे हल के लिए हल सहित अभ्यास प्रश्न लघु उत्तरीय प्रश्न-4 देखें।

11. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

(चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण हैं)

$\angle ABC + 125° = 180°$

$\angle ABC = 180° - 125°$

$= 55°$

ΔABC में,

$\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180°$ (Δ में कोण योग नियम से)

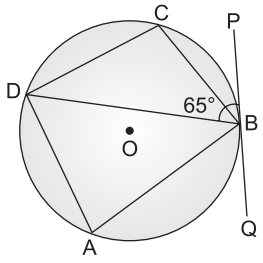
$55° + 90° + \angle BAC = 180°$

$\angle BAC = 180° - 145° = 35°$

12. $\angle BAP = \angle BPT$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण हैं)

$\angle BAP = 60°$

13. $\angle PBD = \angle DAB$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण हैं)



$\angle DAB = 65°$

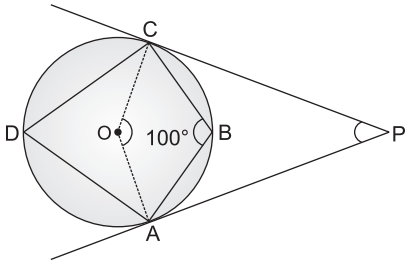
$\angle DCB + \angle DAB = 180°$

(चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण हैं)

$\angle BCD + 65° = 180°$

$\angle BCD = 180° - 65° = 115°$

14. $\angle D + \angle B = 180°$ (चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण हैं)



$\angle D = 180° - 100°$

$\angle D = 80$

$\angle AOC = 2\angle ADC$

$= 2 \times 80° = 160°$

$\angle AOC + \angle APC = 180°$ (प्रमेय से)

$160° + \angle APC = 180°$

$\angle APC = 180° - 160°$

$= 20°$

15. ΔPAC में,

$PA = PC$

$\Rightarrow \quad \angle PAC = \angle PCA = \frac{(180° - \theta)}{2} = \left(90° - \frac{\theta}{2}\right)$

$\Rightarrow \quad \angle ABC = \angle PAC = 90° - \frac{\theta}{2}$

(एकान्तर वृत्तखण्ड में कोण है)

$\Rightarrow \quad \angle ACB = \angle CAP = 90° - \frac{\theta}{2}$ (एकान्तर कोण है)

ΔABC में,

$\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180°$

(Δ में कोण योग नियम से)

$\left(90 - \frac{\theta}{2}\right) + \left(90 - \frac{\theta}{2}\right) + \angle BAC = 180°$

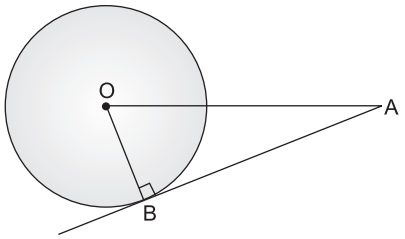
$\angle BAC = 180° - 90° + \frac{\theta}{2} - 90° + \frac{\theta}{2}$

$\angle BAC = \theta$

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. $OA = 26$ cm

$AB = 24$ cm



ΔOAB में,

$\angle OBA = 90°$

$\therefore \quad OB^2 = OA^2 - AB^2$

$= 26^2 - 24^2$

$= 676 - 576$

$= 100$

$OB = \sqrt{100} = 10$

अत: वृत्त की त्रिज्या = 10 cm

2. हल सहित अभ्यास प्रश्न अतिलघुउत्तरीय प्रश्न-5 की तरह हल करें।

3. हल सहित अभ्यास प्रश्न अतिलघुउत्तरीय प्रश्न-5 की तरह हल करें।

4. $PA \times PB = PC \times PD$ (प्रमेय से)

$8 \times PB = 6 \times 4$

$PB = \frac{6 \times 4}{8} = 3$ cm

$\Rightarrow \quad AB = AP + PB$

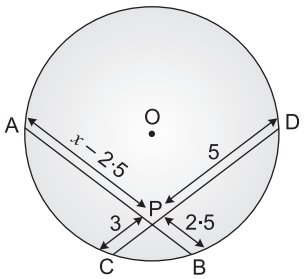
$= 8 + 3 = 11$ cm

5. (i) $AB = x$

$PB = 2.5$ cm

$PC = 3$ cm

$PD = 5$ cm



$PA \times PB = PC \times PD$ (प्रमेय से)

$(x - 2.5) \times 2.5 = 3 \times 5$

$x - 2.5 = \frac{3 \times 5}{2.5}$

$x = 6 + 2.5$

$= 8.5$ cm

अत: $x = 8.5$ cm

(ii) $PA \times PB = PC \times PD$ (नियम से)

$7 \times (7 + 9) = 6 \times (6 + x)$

$\frac{7 \times 16}{6} = 6 + x$

$\frac{56}{3} - 6 = x$

$\Rightarrow x = \frac{56 - 18}{3}$

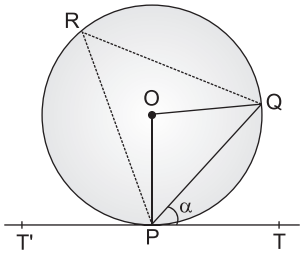
$\Rightarrow x = \frac{38}{3}$

$\Rightarrow x = 12\frac{2}{3}$ cm.

6. $\angle PRQ = \angle QPT = \alpha$

$\angle POQ = 2\angle PRQ$

$\angle POQ = 2\alpha$



7. अतिलघुउत्तरीय प्रश्न संख्या-12 की तरह हल करें।

8. $\angle PAB$ का मान ज्ञात करने के लिए अतिलघुउत्तरीय प्रश्न संख्या-10 का हल देखें।

$\angle TAC = \angle CBA = 30°$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण हैं)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. ΔABP में,

$AP = PB$

(एक ही बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं)

$\therefore \quad \angle PAB = \angle PBA$ (समान भुजाओं के सम्मुख कोण हैं)

और $\angle PAB + \angle PBA + \angle APB = 180°$

(Δ में कोण योग नियम से)

$\angle PAB + \angle PAB + 60° = 180°$

$2\angle PAB = 180° - 60°$

$\angle PAB = \frac{120°}{2}$

$\angle PAB = 60° = \angle PBA$

ΔABP में,

$\angle PAB = \angle PBA = \angle APB = 60°$

अत: Δ समबाहु त्रिभुज होगा

$\therefore \quad AP = PB = AB = 6$ cm

अत: $AB = 6$ cm

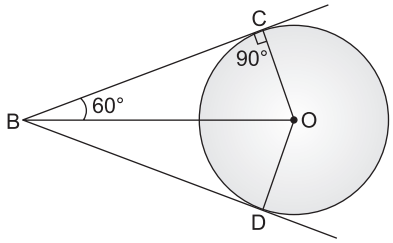
2. अतिलघु उत्तरीय प्रश्न-9 देखें।

3. $\angle CBD = 120°$ (दिया है)

$\angle CBO = \angle DBO = \frac{1}{2}\angle CBD$

$= \frac{1}{2} \times 120°$

$= 60°$



ΔCOB में,

$\angle BCO = 90°$

और $\angle CBO = 60°$

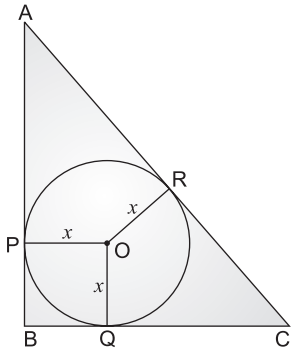
$\frac{BC}{OB} = \cos(\angle CBO)$

$\frac{BC}{OB} = \cos 60°$

$\frac{BC}{OB} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad OB = 2BC$

4. ΔABC में,



$\angle ABC = 90°$

$AB = 8$ cm

$BC = 6$ cm

और $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$= (8)^2 + (6)^2$

$= 64 + 36$

$AC^2 = 100$

$AC = \sqrt{100} = 10$ cm

प्रश्नानुसार,

$PB = BQ = x$

(एक ही बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं)

$AP = AR = 8 - x$

(एक ही बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं)

$CQ = CR = 6 - x$

(एक ही बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं)

$AC = AR + RC$

$10 = (8 - x) + (6 - x)$

$10 = 8 - x + 6 - x$

$2x = 14 - 10$

$2x = 4$

$x = \frac{4}{2} = 2$

अतः x का मान $= 2$ सेमी.

5. उपपत्तिः

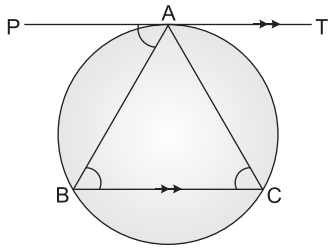
ΔABC एक समद्विबाहु Δ है तथा $AB = AC$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ (समान भुजाओं के सम्मुख कोण हैं)

$\angle PAB = \angle ACB$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण है)

$\therefore \angle PAB = \angle ABC$ (जो कि एकान्तर कोण है)

$\therefore$ $PT \parallel BC$ (यही सिद्ध करना था)



6. उपपत्तिः

ΔABC में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ (Δ के कोण योग नियम से)

$30° + \angle B + 90° = 180°$

$\angle B = 180° - 120°$

$\angle B = 60°$

$\angle BCD = \angle BAC$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण हैं)

$= 30°$

और $\angle BCD + \angle BDC = \angle CBA$ (बहिष्कोण प्रमेय से)

$30° + \angle BDC = 60°$

$\angle BDC = 60° - 30°$

$= 30°$

अब ΔBCD में,

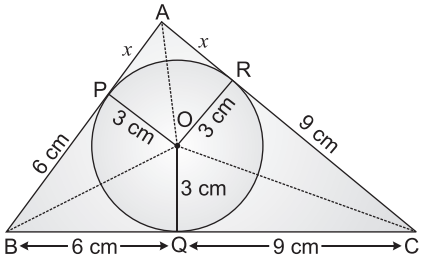
$\angle BCD = \angle BDC = 30°$

$\therefore$ $BC = BD$ (समान कोण के सम्मुख भुजाएँ हैं)

(यही सिद्ध करना था)

7. माना $AP = AR = x$

ΔABC का क्षेत्रफल $= \Delta OBC$ का क्षेत्रफल $+ \Delta OCA$ का क्षेत्रफल $+ \Delta OAB$ का क्षेत्रफल



$$54 = \frac{BC \times OQ}{2} + \frac{AC \times OR}{2} + \frac{AB \times OP}{2}$$

$$54 = \frac{15 \times 3}{2} + \frac{(x+9) \times 3}{2} + \frac{(x+6) \times 3}{2}$$

$$\frac{54 \times 2}{3} = 15 + x + 9 + x + 6$$

$36 = 30 + 2x$

$2x = 6$

$\Rightarrow$ $x = 3$

$\therefore$ $AB = 6 + x$

$= 6 + 3 = 9$ cm

और $AC = x + 9$

$= 3 + 9 = 12$ cm

❑❑

11 वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल
(Area Related to Circles)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B) **2.** (B) **3.** (D) **4.** (D)
5. (C) **6.** (B) **7.** (A) **8.** (B)
9. (B) **10.** (B) **11.** (A) **12.** (B)
13. (C) **14.** (A) **15.** (A) **16.** (C)
17. (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. छल्ले का क्षेत्रफल $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

$\Rightarrow \pi(R + r)(R - r)$

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times (19 + 16)(19 - 16)$

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 35 \times 3$

$\Rightarrow 330$ वर्ग सेमी

2. त्रिज्यखण्ड की लम्बाई $\Rightarrow$ त्रिज्यखण्ड का परिमाप

$\Rightarrow \left(1+\frac{\pi x^\circ}{360^\circ}\right)\times 2r$ इकाई

3. त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $\Rightarrow \frac{x^\circ}{360^\circ}\pi r^2$ वर्ग इकाई

4. प्रश्नानुसार,

$2\pi r_1 + 2\pi r_2 = 2\pi r$

$r_1 + r_2 = r$

5. प्रश्नानुसार,

$\pi r_1^{\,2} + \pi r_2^{\,2} = \pi r^2$

$r_1^{\,2} + r_2^{\,2} = r^2$

6. प्रश्नानुसार,

वृत्त की परिधि = वृत्त का क्षेत्रफल

$2\pi r = \pi r^2$

$2 = r$

अत: वृत्त की त्रिज्या $= r = 2$ इकाई

7. प्रश्नानुसार,

$\pi r_1^{\,2} : \pi r_2^{\,2} = 4 : 1$

$\Rightarrow \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{4}{1}$

$\Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{1}$

$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow r_1 : r_2 = 2 : 1$

8. चतुर्थांश का परिमाप $= \left[1+\frac{\pi\times 90^\circ}{360^\circ}\right]\times 2r$

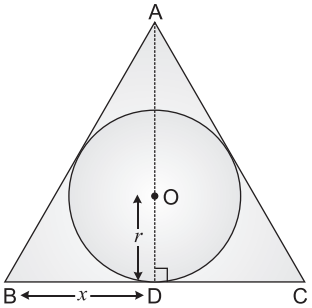
$= \left(1+\frac{\pi}{4}\right)\times 2r$ इकाई

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. NCERT FOLDER Ex-11.1 प्रश्न-4 भाग I की तरह हल करें।

2. NCERT FOLDER Ex-11.1 प्रश्न-5 भाग I की तरह हल करें।

3. माना $AB = BC = AC = 2x$



वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$48\pi = \pi r^2$

$\Rightarrow r = 4\sqrt{3}$ इकाई

लेकिन $OD = \frac{1}{3}AD = r$

$AD = 3r = 3\times 4\sqrt{3}$

$= 12\sqrt{3}$

समकोण ΔABD में,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \quad \text{(पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

$$(2x)^2 = (12\sqrt{3})^2 + x^2$$

$$4x^2 - x^2 = 144 \times 3$$

$$3x^2 = 144 \times 3$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

Δ का परिमाप $= AB + BC + CA$

$$= 2x + 2x + 2x$$

$$= 6x$$

$$= 6 \times 12$$

$$= 72 \text{ इकाई}$$

4. वृत्त की परिधि $= 2\pi r$

$$39.6 = 2\pi r$$

$$\therefore \quad r = \frac{39.6}{2\pi} \text{ cm}$$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$\Rightarrow \pi \times \left(\frac{39.6}{2\pi}\right)^2$$

$$= \frac{\pi \times 39.6 \times 39.6 \times 7}{2 \times 2 \times \pi \times 22}$$

$$= 124.74 \text{ वर्ग सेमी.}$$

5. प्रश्नानुसार,

वृत्त की परिधि – वृत्त की त्रिज्या $= 37$

$$2\pi r - r = 37$$

$$(2\pi - 1)r = 37$$

$$\left(\frac{44-7}{7}\right)r = 37$$

$$r = \frac{37 \times 7}{37} = 7 \text{ cm}$$

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times (7)^2$$

$$= \frac{22 \times 7 \times 7}{7}$$

$$= 154 \text{ cm}^2.$$

6. बड़े वृत्त का क्षेत्रफल $= 1386$

$$\pi R^2 = 1386$$

$$R^2 = \frac{1386 \times 7}{22} = 441$$

$$R = 21 \text{ cm}$$

छोटे वृत्त का क्षेत्रफल $= 962.5$

$$\pi r^2 = 962.5$$

$$r^2 = \frac{962.5 \times 7}{22}$$

$$r^2 = 306.25$$

$$r = 17.5 \text{ cm}$$

छल्ले की चौड़ाई $= R - r$

$$= 21 - 17.5 = 3.5 \text{ cm.}$$

7. 10 मिनट में मिनट वाली सुई द्वारा बना कोण $= 6° \times 10 = 60°$

10 मिनट में रचित क्षेत्रफल $= \frac{60°}{360°} \times \pi \times (14)^2$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 102.666$$

$$= 102.67 \text{ वर्ग सेमी (लगभग).}$$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. डिजाइन का कुल क्षेत्रफल $= 6\left[\frac{\theta}{360°}\pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}(\text{भुजा})^2\right]$

$$= 6\left[\frac{60°}{360°} \times 3.14 \times (35)^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (35)^2\right]$$

$$= 6 \times (35)^2 \left[\frac{1}{6} \times 3.14 - \frac{1.732}{4}\right]$$

$$= 6 \times 1225 \left[\frac{6.28 - 5.196}{12}\right]$$

$$= \frac{6 \times 1225}{12} \times 1.084$$

$$= 663.95 \text{ वर्ग सेमी.}$$

❐❐

12 पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन (Surface Areas and Volumes)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (C)	**2.** (A)	**3.** (C)	**4.** (D)
5. (B)	**6.** (B)	**7.** (B)	**8.** (B)
9. (C)	**10.** (B)	**11.** (C)	**12.** (B)
13. (A)	**14.** (A)		

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. बेलन की त्रिज्या = 7 cm

बेलन की ऊँचाई = 8 cm

बेलन की वक्रपृष्ठ = $2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 8$

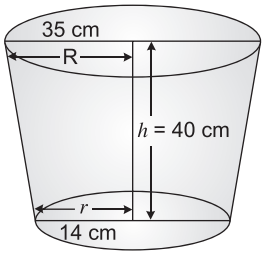
$= 352 \text{ cm}^2$ **उत्तर**

2. प्रश्नानुसार,

R = 35 cm

r = 14 cm

h = 40 cm



बाल्टी का आयतन = $\frac{\pi}{3} h(R^2 + R \times r + r^2)$

$= \frac{22}{3\times7} \times 40 \times (35^2 + 35 \times 14 + 14^2)$

$= \frac{22\times40}{3\times7} (1225 + 490 + 196)$

$= \frac{22\times40}{3\times7} \times 1911$

$= 80{,}080 \text{ cm}^3$. **उत्तर**

3. गोले का वक्रपृष्ठ = $4\pi r^2$

$\Rightarrow 4\pi r^2 = 36\pi$

$\Rightarrow r^2 = \frac{36\pi}{4\pi}$

$\Rightarrow r = \sqrt{9}$

$\Rightarrow r = 3$ cm.

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3$

$= \frac{4\times\pi\times27}{3}$

$= 36\pi \text{ cm}^3$. **उत्तर**

4. काटे गये घनों की संख्या = $\frac{\text{6 cm भुजा वाले घन का आयतन}}{\text{2 cm भुजा वाले घन का आयतन}}$

$= \frac{(6)^3}{(2)^3}$

$= \frac{6\times6\times6}{2\times2\times2}$

$= 3 \times 3 \times 3 = 27$

काटे गये घनों की संख्या = 27. **उत्तर**

5. आधार का व्यास = 42 cm

आधार की त्रिज्या = $\frac{42}{2}$ cm = 21 cm

शंकु का आयतन = 12936 cm^3

$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12936$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (21)^2 \times h = 12936$

$\Rightarrow h = \frac{12936\times21}{22\times21\times21}$

$= 28$ cm

शंकु का ऊँचाई = 28 cm. **उत्तर**

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. गोले की त्रिज्या = 7 cm

अर्द्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 3\pi r^2$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7^2$$

$$= \frac{3 \times 22 \times 7 \times 7}{7}$$

$$= 462 \text{ cm}^2.$$

2. प्रश्नानुसार

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{64}{27}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{4\pi r_1^3}{4\pi r_2^3} = \frac{64}{27}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{64}{27}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3}$$

पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात $= \frac{S_1}{S_2}$

$$= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$$

$$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$= \frac{16}{9} \text{ या } 16 : 9$$ **उत्तर**

3. माना घन की भुजा = a इकाई

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $(S_1) = 6a^2$ वर्ग इकाई

भुजा में 50% की वृद्धि के बाद भुजा $= a + \frac{50 \times a}{100}$

$$= \frac{3}{2}a \text{ इकाई}$$

भुजा में वृद्धि के बाद धन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6\left(\frac{3a}{2}\right)^2$

$$(S_2) = \frac{9}{4}(6a^2) \text{ वर्ग इकाई}$$

क्षेत्रफल में वृद्धि $= S_2 - S_1$

$$= \frac{9}{4}(6a^2) - (6a^2)$$

$$= \frac{5}{4}(6a^2) \text{ वर्ग इकाई}$$

$$\text{प्रतिशत वृद्धि} = \frac{\text{वृद्धि} \times 100}{\text{प्रारम्भिक क्षेत्रफल}}\%$$

$$= \frac{\frac{5}{4} \times (6a^2) \times 100}{(6a)^2}\%$$

$$= 125\%$$

4. $l = 12$ m, $b = 9$ m, $h = 8$ m

स्तम्भ की लम्बाई $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

$$= \sqrt{12^2 + 9^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{144 + 81 + 64}$$

$$= \sqrt{289} = 17 \text{ m}$$

बड़े स्तम्भ की लम्बाई = 17 m.

5. तार की लम्बाई = वृत्त की परिधि

$$= 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$$= 132 \text{ cm}$$

$\therefore$ वर्ग का परिमाप = तार की लम्बाई

$4 \times$ भुजा = 132

$$\text{भुजा} = \frac{132}{4} = 33 \text{ cm}$$

अत: वर्ग की भुजा = 33 cm. **उत्तर**

6. बेलन की ऊँचाई $(h) = 14$ cm

वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल $(2\pi rh) = 294$ cm

$\therefore$ बेलन के आधार की त्रिज्या $= \frac{2\pi rh}{h}$

$$= \frac{294}{14}$$

$$= 21 \text{ cm}$$

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times (21)^2 \times 14$$

$$= 22 \times 441 \times 2$$

$$= 19404 \text{ cm}^3.$$ **उत्तर**

7. $l = 12$ m, $b = 10$ m, $h = 8$ m

घनाभ का आयतन $= l \times b \times h$

$$= 12 \times 10 \times 8$$

$$= 960 \text{ m}^3.$$ **उत्तर**

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(12 \times 10 + 10 \times 8 + 8 \times 12)$

$= 2 \times 296$

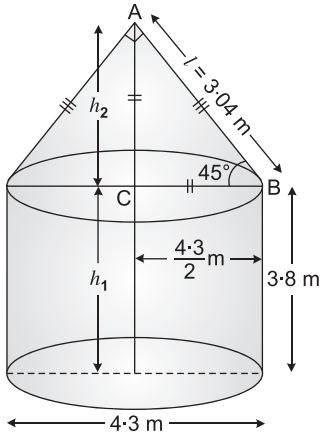
$= 592 \text{ m}^2$ **उत्तर**

8. उदाहरण-12 की सहायता से हल करें।

9. हल सहित अभ्यास प्रश्न का लघुउत्तरीय प्रश्न-7 की सहायता से हल करें।

10. हल सहित अभ्यास प्रश्न का लघुउत्तरीय प्रश्न-7 की सहायता से हल करें।

11. ज्यामिति का सहायता से $\angle ABC = 45°$



त्रिकोणमिति की सहायता से

$$\frac{AC}{BC} = \tan 45°$$

$$\frac{AC}{2.15} = 1$$

$\Rightarrow$ $AC = 2.15 \text{ m}$

और $$\frac{BC}{AB} = \cos 45°$$

$$\frac{2.15}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow$ $AB = \sqrt{2} \times 2.15$

$\Rightarrow$ $AB = 1.414 \times 2.15$

$\Rightarrow$ $AB = 3.04 \text{ m}.$

भवन का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल + शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r h_1 + \pi r l$

$= \pi r(2h_1 + l)$

$= \frac{22}{7} \times 2.15(2 \times 3.8 + 3.04)$

$= \frac{22}{7} \times 2.15 \times 10.64$

$= 71.896 \text{ m}^2.$ **उत्तर**

भवन का आयतन = बेलन का आयतन + शंकु का आयतन

$= \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2$

$= \pi r^2 \left(h_1 + \frac{h_2}{3}\right)$

$= \frac{22}{7} \times 2.15 \times 2.15 \left(3.8 + \frac{2.15}{3}\right)$

$= \frac{22}{7} \times 2.15 \times 2.15 \times 4.5166$

$= 65.616 \text{ m}^3.$ **उत्तर**

12. 9 cm भुजा के घन को काटकर बने सबसे बड़े लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या $= \frac{9}{2}$ cm

और ऊँचाई = 9 cm होगी

आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{9}{2}\right)^2 \times 9$

$= \frac{243}{4}\pi \text{ cm}^3$

$= 60\frac{3}{4}\pi \text{ cm}^3.$

13. शेष ठोस का आयतन = घन का आयतन – शंकु का आयतन

$= (\text{भुजा})^3 - \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= (21)^3 - \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{2}\right)^2 \times 21$

$= 9261 - 2425.5$

$= 6835.5 \text{ cm}^3.$ **उत्तर**

14. शेष बची लकड़ी का आयतन = घन का आयतन – गोले का आयतन

$= (\text{भुजा})^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$

$= 7^3 - \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$

$= 343 - 179.667$

$= 163.333 \text{ m}^3.$ **उत्तर**

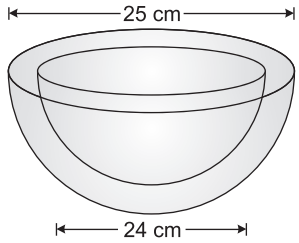
15. NCERT FOLDER Ex-12.2 Q.No-6 की सहायता से हल करें।

16. NCERT FOLDER Ex-12.1 Q.No-6 की सहायता से हल करें।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. $R = \frac{25}{2}$ cm = 12.5 cm

$r = \frac{24}{2}$ cm = 12.0 cm



बर्तन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi R^2 + 2\pi r^2 + \pi(R^2 - r^2)$

$= \pi[2R^2 + 2r^2 + R^2 - r^2]$

$= \pi[3R^2 + r^2]$

$= \frac{22}{7}[3 \times (12.5)^2 + (12.0)^2]$

$= \frac{22}{7} \times 612.75$

$= 1925.79 \text{ cm}^2$

रंगने का खर्च = ₹ 1925.79 × 0.05

= ₹ 96.30 (लगभग) **उत्तर**

2. NCERT FOLDER Ex-12.1 प्रश्न-9 की सहायता से हल करें।

3. शंकु का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi R^3$

$\frac{1}{3} \times \pi \times (6)^2 \times h = \frac{2}{3}\pi \times (8)^3$

$h = \frac{2}{3}\pi \times 8 \times 8 \times 8 \times \frac{3}{1 \times \pi \times 6 \times 6}$

$= \frac{2 \times 2 \times 8 \times 8}{3 \times 3}$

$= 28.444 \text{ cm}$

$= 28.44 \text{ cm}$

अत: शंकु की ऊँचाई = 28.44 cm. **उत्तर**

4. कटोरे में द्रव का आयतन $= \frac{2}{3}\pi R^3$

$= \frac{2}{3}\pi \times (15)^3$

$= 2 \times 5 \times 15 \times 15 \times \pi \text{ cm}^3$

1 बोतल में द्रव का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 6$

$= \frac{5 \times 5 \times 3}{2}\pi \text{ cm}^3$

आवश्यक बोतलो की संख्या $= \frac{\text{कटोरे में द्रव का आयतन}}{\text{1 बोतल में द्रव का आयतन}}$

$= \frac{2 \times 5 \times 15 \times 15 \times \pi}{\frac{5 \times 5 \times 3 \times \pi}{2}}$

$= 60$

अत: आवश्यक बोतलो की संख्या = 60 **उत्तर**

5. अतिलघुउत्तरीय प्रश्न संख्या-2 की सहायता से आयतन ज्ञात करें और उसके बाद आयतन को ₹ 20 से गुणा करके लागत ज्ञात करें।

6. NCERT FOLDER Ex-12.2 प्रश्न संख्या-8 की सहायता से हल करें।

7. बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \pi \times (6)^2 \times 8$

$= 288\pi \text{ cm}^3$

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi \times (6)^2 \times 8$

$= 96\pi \text{ cm}^3$

शेष ठोस का आयतन $= 288\pi - 96\pi$

$= 162\pi \text{ cm}^3$

.... शेष ठोस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हल सहित अभ्यास प्रश्न लघुउत्तरीय प्रश्न संख्या-4 की सहायता लें।

8. आयतकार टैंक में आये पानी का आयतन $= l \times b \times h$

$= 50 \times 44 \times 21$

$= 46200 \text{ cm}^3$

आने वाले पानी की दर = 15 km/h

$= \frac{15 \times 1000}{60} \text{ m/min}$

$= 250 \text{ m/min}$

1 मिनट में आने वाले पानी का आयतन

$= \pi \times r^2 \times h$

$= \pi \times 7 \times 7 \times 250 \text{ m}^3$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 250 \text{ m}^3$

$= 38500 \text{ m}^3$

समय $= \frac{\text{टैंक में पानी का आयतन}}{\text{1 मिनट में आने वाले पानी का आयतन}}$

$= \frac{46200}{38500} \text{ min}$

$= 1.2 \text{ min}$

$= 1 \text{ min } 12 \text{ sec}$

अत: 1 मिनट 12 सेकण्ड में टैंक में पानी 21 cm ऊपर आ जायेगा।

उत्तर

❑❑

13 सांख्यिकी (Statistics)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (B)	**2.** (C)	**3.** (B)	**4.** (B)
5. (B)	**6.** (A)	**7.** (A)	**8.** (B)
9. (A)	**10.** (B)	**11.** (C)	**12.** (D)
13. (C)	**14.** (A)	**15.** (B)	**16.** (C)
17. (B)	**18.** (B)	**19.** (B)	**20.** (C)
21. (C)	**22.** (B)	**23.** (C)	

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. माध्यिका $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ वाँ पद

2. उदाहरण-11 की सहायता से हल करें।

3. उदाहरण-10 की सहायता से हल करें।

4. उदाहरण-11 की सहायता से हल करें।

5. प्रथम 10 अभाज्य पूर्णांक = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

यहाँ $n = 10$ (सम)

अत: $\text{माध्यिका} = \dfrac{\left(\frac{n}{2}\right)\text{वाँ पद} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वाँ पद}}{2}$

$= \dfrac{\frac{10}{2}\text{वाँ पद} + \left(\frac{10}{2}+1\right)\text{वाँ पद}}{2}$

$= \dfrac{5 \text{ वाँ पद} + 6 \text{ वाँ पद}}{2}$

$= \dfrac{11+13}{2} = \dfrac{24}{2} = 12$ **उत्तर**

6. बहुलक 43 होने के लिए, 43 की बारम्बारता सबसे अधिक होनी चाहिए। यह तभी सम्भव है जब $x = 43$ हो, अत: x का मान 43 होगा।

7. प्रश्न-6 की तरह उत्तर लिखें, $x = 15$

8. बहुलक $= 3 \times$ माध्यिका $- 2 \times$ माध्य

$= 3 \times 9 - 2 \times 8.9$

$= 9.2$ **उत्तर**

9. माध्य $= \frac{3}{2}$ माध्यिका $- \frac{1}{2}$ बहुलक

$= \frac{3}{2} \times 26 - \frac{1}{2} \times 29$

$= 24.5$ **उत्तर**

10. प्रश्न-9 की तरह हल करें।

12. प्रथम n विषम प्राकृतिक संख्याएँ 1, 3, 5, 7, ... n पदो तक

आँकड़ों (पदो) की संख्या $(n) = n$

आँकड़ों का योग $\Sigma x = \dfrac{n}{2}[2\times1+(n+1)\times2]$

$= \dfrac{n}{2} \times 2[1 + n + 1]$

$= n^2$

$\text{माध्य} = \dfrac{\Sigma x}{n}$

$\text{माध्य} = \dfrac{n^2}{n}$

माध्य $= n$ **उत्तर**

13. बहुलक = माध्य + 12 (प्रश्नानुसार)

बहुलक $= 3 \times$ माध्यिका $- 2 \times$ माध्य (नियम से)

बहुलक $= 3 \times$ माध्यिका $- 2$[बहुलक $- 12$]

बहुलक + 2 बहुलक $= 3 \times$ माध्यिका + 24

3 बहुलक $= 3$ माध्यिका + 24

बहुलक = माध्यिका + 8

अत: बहुलक, माध्यिका से 8 अधिक है **उत्तर**

14. माध्यिका – बहुलक = 24 (प्रश्नानुसार)

समान्तर माध्य = बहुलक $+ \frac{3}{2}$ (माध्यिका – बहुलक)

समान्तर माध्य – बहुलक $= \frac{3}{2} \times 24$

समान्तर माध्य – बहुलक = 36

अत: माध्य और बहुलक का अन्तर = 36 **उत्तर**

15. आँकड़े, 7, 8, x, 11, 14

समान्तर माध्य = x

आँकड़ों की संख्या = 5

आँकड़ों का योगफल = $40 + x$

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\text{आँकड़ों का योगफल}}{\text{आँकड़ों की संख्या}}$$

$$x = \frac{40+x}{5}$$

$\Rightarrow \quad 5x = 40 + x$

$\Rightarrow \quad 5x - x = 40$

$\Rightarrow \quad 4x = 40$

$\Rightarrow \quad x = 10$ **उत्तर**

लघु उत्तरीय प्रश्न

1.

अनुपस्थित विद्यार्थियों की संख्या (x_i)	दिनों की संख्या (f_i)	$f_i \times x_i$
0	1	0
1	4	4
2	10	20
3	50	150
4	34	136
5	15	75
6	4	24
7	2	14
	$N = \Sigma f_i = 120$	$\Sigma f_i x_i = 423$

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{423}{10}$$

$$= 4.23$$

2. प्रश्न 1 की तरह हल करें (सारणी अवश्य बनाएँ)

3. प्रश्न 1 की तरह हल करें (सारणी अवश्य बनाएँ)

4.

x	f	$f \times x$
2	3	6
4	2	8
6	3	18
10	1	10
P + 5	2	2P + 10
	$n = 1$	2P + 52

$$\text{समान्तर माध्य} = \frac{\Sigma fx}{n}$$

$\Rightarrow \quad 6 = \frac{2P+52}{11}$

$\Rightarrow \quad 66 = 2P + 52$

$\Rightarrow \quad 66 - 52 = 2P$

$\Rightarrow \quad 14 = 2P$

$\Rightarrow \quad P = \frac{14}{2} = 7$

अत: P का मान = 7 **उत्तर**

5. माना कल्पित माध्य (A) = 42.5

वर्ग अन्तराल	मध्यमान (x)	कल्पित माध्य (A)	माध्यिक फलन (d) = (x – A)	f	$f \times d$
15 - 20	17.5		– 25	7	– 175
20 - 25	22.5		– 20	5	– 100
25 - 30	27.5		– 15	7	– 105
30 - 35	32.5		– 10	8	– 80
35 - 40	37.5		– 5	9	– 45
40 - 45	42.5	42.5	0	11	0
45 - 50	47.5		+ 5	7	35
50 - 55	52.5		+ 10	5	50
55 - 60	57.5		+ 15	4	60
60 - 65	62.5		+ 20	4	80
65 - 70	67.5		+ 25	3	75
योगफल				70	– 205

$$\text{समान्तर माध्य} = A + \frac{\Sigma fd}{n}$$

$$= 42.5 + \left(\frac{-205}{70}\right)$$

$$= 42.5 + (-2.928)$$

$$= 39.572$$

समान्तर माध्य = 39.60

अत: घर के व्यय का माध्य = ₹ 39.60

6. NCERT FOLDER, Ex-13.1, Q.No-2 की सहायता से हल करें (सारणी अवश्य बनाएँ)

7. NCERT FOLDER Ex-13.1, Q.No-2 की सहायता से हल करें

8. हल सहित प्रश्न, दीर्घ उत्तरीय प्रश्न–2 की सहायता से हल करें।

9. उदाहरण–7 की तरह हल करें।

10. उदाहरण–7 की तरह हल करें।

11. उदाहरण–8 की तरह हल करें।

12. उदाहरण–8 की तरह हल करें।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. प्रश्न-5 का हल देखें।
2. प्रश्न-5 का हल देखें।
3. प्रश्न-5 का हल देखें।
4. उदाहरण-12 की तरह हल करें।
5. उदाहरण-12 की तरह हल करें।
6. उदाहरण-13 की तरह हल करें।
7. उदाहरण-13 की तरह हल करें।
8. NCERT FOLDER Ex-13.3, प्रश्न संख्या-2 की तरह हल करें।
9. हल सहित प्रश्न, लघुउत्तरीय प्रश्न-5 की तरह हल करें।
10. हल सहित प्रश्न, लघुउत्तरीय प्रश्न-5 की तरह हल करें।
11. हल सहित प्रश्न, लघुउत्तरीय प्रश्न-5 की तरह हल करें।
12. हल सहित प्रश्न, लघुउत्तरीय प्रश्न-5 की तरह हल करें।
13. हल सहित प्रश्न, लघुउत्तरीय प्रश्न-5 की तरह हल करें।

❑❑

14 प्रायिकता (Probability)

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (A) **2.** (A) **3.** (C) **4.** (B)
5. (D) **6.** (D) **7.** (A) **8.** (A)
9. (A) **10.** (A) **11.** (C) **12.** (B)
13. (B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

1. दो सिक्कों को एक साथ उछालने के प्रयोग में कुल सम्भव परिणाम
$= \{HH, HT, TH, TT\}$
$N(S) = 4$
अधिक-से-अधिक एक चित आने के परिणाम $= \{HT, TH, TT\}$
$N(E) = 3$
$\therefore$ अधिक-से-अधिक एक चित आने की प्रायिकता
$$P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{3}{4}$$ **उत्तर**

2. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$\Rightarrow N(S) = 6$
(i) $E_1 = \{5, 6\}$
$\Rightarrow N(E_1) = 2$
$$\therefore P(E_1) = \frac{N(E_1)}{N(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$ **उत्तर**
(ii) $E_2 = \{1, 2, 3, 4\}$
$\Rightarrow N(E_2) = 4$
$$\therefore P(E_1) = \frac{N(E_2)}{N(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$ **उत्तर**

3. $S = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\ldots 20\}$
$\Rightarrow N(S) = 18$
$E = \{4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
$\Rightarrow N(E) = 9$
$$\therefore P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$ **उत्तर**

4. $S = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
$\Rightarrow N(S) = 10$
$E = \{6, 7, 8, 9\}$
$\Rightarrow N(E) = 4$
$$\therefore P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$ **उत्तर**

5. $P(E) = 0.05$
$P(\overline{E}) = 1 - P(E)$
$\Rightarrow P(\overline{E}) = 1 - 0.05 = 0.95$
$\therefore$ "E नहीं" की प्रायिकता $= 0.95$ **उत्तर**

6. $S = \{R_1, R_2, R_3, R_4, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6\}$
$\Rightarrow N(S) = 10$
$E = \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6\}$
$\Rightarrow N(E) = 6$
$$\therefore P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$ **उत्तर**

7. $N(S) = 52, \quad N(E) = 2$
$$\therefore P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$ **उत्तर**

8. वर्ष 2000 लीप वर्ष है।
इसलिए दिनों की संख्या $= 366$
तब $N(S) = 366 \times 366$
$N(E) = 366$
$$\therefore P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{366}{366 \times 366} = \frac{1}{366}$$ **उत्तर**

9. $N(S) = 365 \times 365$
$N(E) = 365$
दोनों मित्रों का जन्म दिन एक ही हो तो प्रायिकता
$$P(E) = \frac{N(E)}{N(S)}$$
$$= \frac{365}{365 \times 365}$$
$$= \frac{1}{365}$$
दोनों मित्रों का जन्म दिन एक न हो अर्थात् भिन्न-भिन्न होने की प्रायिकता
$= 1 - P(E)$

$$= 1 - \frac{1}{365}$$

$$= \frac{365-1}{365}$$

$$= \frac{364}{365}$$ **उत्तर**

10. विपरीत घटनों के होने की प्रायिकता = 1 – P

11. एक असंभव घटना की प्रायिकता = 0

12. एक निश्चित घटना की प्रायिकता = 1

लघु उत्तरीय प्रश्न

1. $N(S) = 36$

$E = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$

$\Rightarrow \quad N(E) = 3$

$\therefore \quad P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ **उत्तर**

2. $N(S) = 8 + 16 = 24$

$N(E) = 8$

$\therefore \quad P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ **उत्तर**

3. एक लीप वर्ष में दिनों की कुल संख्या = 366

अर्थात् 52 हफ्ते और 2 दिन स्पष्ट है कि एक लीप वर्ष में सोमवर = 52

शेष दो दिन इस प्रकार होंगे,

सोमवार – मंगलवार, मंगलवार – बुधवार, बुधवार – गुरुवार,

गुरुवार – शुक्रवार, शुक्रवार – शनिवार, शनिवार – रविवार

रविवार – सोमवार।

53 सोमवार होने के अनुकूल परिणाम = 2

$N(E) = 2$

कुल परिणाम = 7

$\therefore \quad N(S) = 7$

$\therefore \quad P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{2}{7}$

4. सामान्य वर्ष में दिनों की संख्या = 365

अर्थात् 52 हफ्ते और 1 दिन स्पष्ट है, सामान्य वर्ष में रविवार = 52

शेष 1 दिन इस प्रकार होगा,

सोमवार, मंगलवार, बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार, शनिवार, रविवार।

53 रविवार होने के लिए अनुकूल परिणाम = 1

$\therefore \quad N(E) = 1$

कुल परिणाम = 7

$\therefore \quad N(S) = 7$

$\therefore \quad P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{1}{7}$

5. $S = \{H, T\}$

$\therefore \quad N(S) = 2$

$E_1 = \{H\}$

$\therefore \quad N(E_1) = 1$

$E_2 = \{T\}$

$\therefore \quad N(E_2) = 1$

चित् आने की प्रायिकता $P(E_1) = \frac{N(E_1)}{N(S)} = \frac{1}{2}$

पट् आने की प्रायिकता $P(E_2) = \frac{N(E_2)}{N(S)} = \frac{1}{2}$

6. $N(S) = 52$

$N(E) = 24$

{26 काले पत्तों में से दो बेगम घटाने पर}

$\therefore \quad P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{24}{52} = \frac{6}{13}$

7. $N(S) = 52$

$N(E) = 4$

बादशाह होने की प्रायिकता = $\frac{N(E)}{N(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

8. प्रश्नानुसार खेले के जीतने की प्रायिकता $P(E) = 0.7$

$\therefore$ खेल के हारने की प्रायिकता = खेल के न जीतने की प्रायिकता

$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$

$= 1 - 0.7$

$P(\bar{E}) = 0.3$

9. $S = \{a, b, c, d, \ldots\ldots x, y, z\}$

$\Rightarrow \quad N(S) = 26$

$E = \{$अंग्रेजी वर्णमाला का एक व्यंजक$\}$

$\Rightarrow \quad N(E) = 21$

$P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{21}{26}$

10. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\ldots, 18, 19, 20\}$

$\Rightarrow \quad N(S) = 20$

$E_1 = \{6, 12, 18\}$

$\Rightarrow \quad N(E_1) = 3$

$E_2 = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$\therefore \quad N(E_2) = 8$

(i) $P(E_1) = \frac{N(E_1)}{N(S)} = \frac{3}{20}$

(ii) $P(E_2) = \frac{N(E_2)}{N(S)} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

11. $S = \{1, 2, 3, 4, \ldots., 27, 28, 29, 30\}$

$\therefore \quad N(S) = 30$

$E = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\ldots, 27, 30\}$

$\therefore \quad N(E) = 10$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

12. $S = \{11, 12, 13, 14, ..., 58, 59, 60\}$

$\therefore \quad N(S) = 50$

$E_1 = \{11, 13, 15, 17, 19, ... 57, 59\}$

$\therefore \quad N(E_1) = 25$

$E_2 = \{16, 25, 36, 49\}$

$\therefore \quad N(E_2) = 4$

$E_3 = \{15, 20, 25, 30, 35, ..., 55, 60\}$

$\therefore \quad N(E_3) = 10$

$E_4 = \{11, 13, 17, 19\}$

$\therefore \quad N(E_4) = 4$

(i) $P(E_1) = \frac{N(E_1)}{N(S)}$

$\Rightarrow \quad P(E_1) = \frac{25}{50}$

$\Rightarrow \quad P(E_1) = \frac{1}{2}$

(ii) $P(E_2) = \frac{N(E_2)}{N(S)}$

$\Rightarrow \quad P(E_2) = \frac{4}{50}$

$\Rightarrow \quad P(E_2) = \frac{2}{25}$

(iii) $P(E_3) = \frac{N(E_3)}{N(S)}$

$\Rightarrow \quad P(E_3) = \frac{10}{50}$

$\Rightarrow \quad P(E_3) = \frac{10}{50}$

(iv) $P(E_4) = \frac{N(E_4)}{N(S)}$

$\Rightarrow \quad P(E_4) = \frac{4}{50}$

$\Rightarrow \quad P(E_4) = \frac{2}{25}$

13. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, ..., 22, 23, 24, 25\}$

$\therefore \quad N(S) = 25$

$E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$

$\therefore \quad N(E) = 9$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(S)}$$

$$= \frac{9}{25}$$

अत: अभाज्य संख्या चुनने की प्रायिकता $P(E) = \frac{9}{25}$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

1. प्रतिकूल संयोगानुपात = 3 : 5

$\therefore$ अनुकूल संयोगानुपात = 5 : 3

$\therefore$ घटना के घटने की प्रायिकता $= \frac{5}{5+3}$

$$= \frac{5}{8}$$

2. $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$\therefore \quad N(S) = 5$

$E = \{-1, 0, 1\}$

$\therefore \quad N(E) = 3$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(S)}$$

$\Rightarrow \quad P(E) = \frac{3}{5}$

3. अनुकूल संयोगनुपात = 2 : 3

$\therefore$ घटना के घटने की प्रायिकता $= \frac{2}{2+3}$

$$= \frac{2}{5}$$

4. $S = \{R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, W_1, W_2, W_3, W_4\}$

$\therefore \quad N(S) = 18$

E(निकाली गई गेंद काली हो) $= \{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, ... B_8\}$

$\therefore \quad N(E) = 8$

P(E)(काली गेंद निकलने की प्रायिकता) $= \frac{N(E)}{N(S)}$

$$P(E) = \frac{8}{18}$$

$\Rightarrow \quad P(E) = \frac{4}{9}$

$P(\overline{E})$ (काली गेंद न होने की प्रायिकता) $= 1 - P(E)$

$$= 1 - \frac{4}{9}$$

$$= \frac{9-4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$ **उत्तर**

5. $S = \{2, 3, 4, 5, ..., 89, 90\}]$

$\therefore \quad N(S) = 89$

$E_1 = \{10, 11, 12, ..., 89, 90\}$

$\therefore \quad N(E_1) = 81$

$E_2 = \{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$

$\therefore \quad N(E_2) = 6$

(i) $P(E_1)$ (एक दो अंकों की संख्या) $= \dfrac{N(E_1)}{N(S)} = \dfrac{81}{89}$

(ii) $P(E_2)$ (एक पूर्णाका संख्या) $= \dfrac{N(E_2)}{N(S)} = \dfrac{6}{89}$

6. $N(S) = 52 - 12 = 40$

$N(E_1) = 0$

$N(E_2) = 20$

(i) $P(E_1)$(एक काली तस्वीर वाला पत्ता) $= \dfrac{N(E_1)}{N(S)} = \dfrac{0}{40} = 0$

(ii) $P(E_2)$ (एक लाल पत्ता) $= \dfrac{N(E_2)}{N(S)} = \dfrac{20}{40} = \dfrac{1}{2}$

7. $N(S) = 52 - 6 = 46$

$N(E_1) = 26 - 6 = 20$

$N(E_2) = 12 - 6 = 6$

$N(E_3) = 13$

(i) $P(E_1)$ (एक लाल पत्ता) $= \dfrac{N(E_1)}{N(S)} = \dfrac{20}{46} = \dfrac{10}{23}$

(ii) $P(E_2)$ (एक तस्वीर वाला पत्ता) $= \dfrac{N(E_2)}{N(S)} = \dfrac{6}{46} = \dfrac{3}{23}$

(iii) $P(E_3)$ (एक चिड़ी का पत्ता) $= \dfrac{N(E_3)}{N(S)} = \dfrac{13}{46}$

8. $N(S) = 12$

E_1 = बहुत अधिक बीमार

$\therefore \quad N(E_1) = 3$

E_2 = बहुत अधिक ईमानदार

$\therefore \quad N(E_2) = 6$

E_3 = बहुत अधिक दयालु

$\therefore \quad N(E_3) = 3$

(i) प्रायिकता (बहुत अधिक बीमार) $= \dfrac{N(E_1)}{N(S)} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$

(ii) प्रायिकता (बहुत अधिक दयालु या ईमानदार) $= \dfrac{N(E_3) + N(E_2)}{N(S)}$

$= \dfrac{3+6}{12} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$

9. $N(S) = 36$

E_1 = दोनो पर कभी भी 5 ऊपर नहीं आये

$\therefore \quad N(E_1) = 35$

E_2 = कम-से-कम एक पर 5 आये

$\therefore \quad N(E_2) = 11$

E_3 = दोनो पासों के ऊपर 5 आये

$\therefore \quad N(E_3) = 1$

(i) $P(E_1) = \dfrac{N(E_1)}{N(S)}$

$\Rightarrow \quad P(E_1) = \dfrac{35}{36}$

(ii) $P(E_2) = \dfrac{N(E_2)}{N(S)}$

$\Rightarrow \quad P(E2) = \dfrac{11}{36}$

(iii) $P(E_3) = \dfrac{N(E_3)}{N(S)}$

$\Rightarrow \quad P(E_3) = \dfrac{1}{36}$

10. E_1 = संगीत के द्वारा मैच जीतना

E_2 = रेशमा के द्वारा मैच जीतना

$\therefore \quad P(E_1) = 0.62$ (दिया है)

$P(E_2)$ = रेशमा के द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता

= संगीता के द्वारा मैच हारने की प्रायिकता

$= 1 - P(E_1)$

$= 1 - 0.62$

$= 0.38$

❑❑